


Livre
de l'élève

# Mathématiques

Troisième Préparatoire - Premier Semestre

Le Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement technique dédie ce livre avec toute son affection aux élèves, aux enseignants et aux familles de la République arabe d'Égypte



Livre de l'élève

# MATHÉMATIQUES

Troisième Préparatoire - Premier Semestre 2026 - 2027

Nom : _____

Classe: _____

École : _____

Tous droits réservés au Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement technique

nezakr.natega4dk.net

## Auteurs

- M. Osama Zaid Sharif
- Prof. Dr. Samar Abdel Fattah Lasheen
- Prof. Adj. Dr. Amal El-Shahat Hafez
- M. Magdy Abdel Fattah El-Safty
- M. Ibrahim Abdel Latif El-Saghir
- M. Bassem Magdy Roushdy
- M. Islam Mohamed Ibrahim
- M. Sameh Labib Attia

## Réviseurs

- Prof. Dr. Galal Mahrous Metemed
- Prof. Dr. Reda Abu Olwan El-Sayed
- Prof. Dr. Hoda Kamal Mohamed El-Sayed
- Prof. Dr. Ahmed Abdel Kader Ramadan
- Mme Manal Abbas Ahmed Azkol **(Conseiller en Mathematiques)**
- Dr. Mohammed Mohyi El-Din Abdel Salam

La supervision générale

Dr. Gibril Anwar Hemeida

Directeur de la direction centrale pour le développement des programmes



**Tous droits réservés au Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement technique de la République arabe d'Égypte.**
**2026 / 2027**

Aucune partie de ce produit ne peut être copiée, stockée dans un système de récupération d'informations, ni transmise sous quelque forme ou par quelque moyen que ce soit — électronique, photographique, par enregistrement ou autre — sans obtenir l'autorisation écrite préalable du Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement technique.

nezakr.natega4dk.net

# Présentation

Dans le cadre du développement continu du système éducatif et afin de compléter le système de développement initié depuis la maternelle jusqu'à la fin du secondaire, conformément à la vision de l'Égypte (2030) et au plan du ministère pour le développement de l'éducation, ce manuel a été préparé pour poursuivre le processus de développement des programmes d'enseignement au cycle préparatoire, afin d'initier un tournant qualitatif dans la manière de préparer les élèves égyptiens à relever les défis de l'avenir.

Nous sommes heureux de présenter ce manuel de mathématiques destiné à la troisième année du cycle préparatoire pour le premier semestre, qui comprend un ensemble de tâches et de performances permettant aux élèves de résoudre les problèmes mathématiques, contribuant ainsi à la réalisation des objectifs éducatifs pour faire face aux défis du 21$^{e}$ siècle, marqué par une révolution accélérée dans les domaines de l'information et des technologies de communication.

Le programme vise à initier un tournant qualitatif dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Il aspire également à fournir un moyen pratique pour atteindre les objectifs éducatifs en intégrant les étapes suivantes:

- Assurer le rôle actif de l'élève dans le processus d'apprentissage.
- Intégrer dans le programme les connaissances, les compétences, les valeurs et les tendances positives nécessaires à l'apprentissage et à la citoyenneté bonne, au travail productif et à la participation active à la réalisation des programmes de développement durable.
- Intégrer dans le programme les tendances positives modernes dans l'élaboration des programmes, telles que les compétences de réflexion, les compétences en résolution de problèmes, les compétences d'apprentissage autonome, l'apprentissage coopératif et la bonne communication avec les sources de connaissance.
- Développer les compétences de performance en mettant l'accent sur l'apprentissage autonome et le travail coopératif.
- Assurer l'intégration entre les mathématiques et les autres matières enseignées aux différents niveaux scolaires.
- Offrir aux élèves la possibilité de choisir des activités adaptées à leurs capacités, à leurs inclinations et leurs besoins.

Nous demandons à Allah Tout-Puissant que ce manuel soit bénéfique et qu'il fasse partie d'un grand effort national et continu pour élever l'Égypte parmi les pays développés, garantissant un avenir prometteur pour tous ses élèves. Nous vous souhaitons également une année scolaire pleine de réussite et d'excellence.

Dieu est le Donateur du succès,

L'équipe des auteurs



nezakr.natega4dk.net

# Table des matières (Premier semestre)




## Les nombres et les opérations sur les nombres

**1-1** Les puissances de puissances ..... 2
**1-2** Les équations exponentielles ..... 7




## L'algèbre

**2-1** La fonction quadratique ..... 14
**2-2** L'ensemble des zéros réels des fonctions polynômes ..... 22
**2-3** Les fonctions algébriques rationnelles ..... 27
**2-4** L'ensemble de définition commun et l'égalité des fonctions algébriques rationnelles ..... 33
**2-5** Les opérations sur les fractions algébriques rationnelles ..... 38




## La géométrie

**3-1** La similitude des polygones ..... 48
**3-2** La similitude des triangles ..... 55
**3-3** L'homothétie ..... 62
**3-4** Les rapports trigonométriques d'un angle aigu ..... 68
**3-5** Les rapports trigonométriques de quelques angles particuliers ..... 74
**3-6** La relation entre les pentes de deux droites parallèles et perpendiculaires ..... 80
**3-7** L'équation de la droite ..... 86




## Les statistiques

**4-1** Les mesures de dispersion ..... 96



nezakr.natega4dk.net

UNITÉ 1

# Les nombres et les opérations sur les nombres

## Leçons de l'unité


1-1 Les puissances de puissances

1-2 Les équations exponentielles





**Le concept des équations exponentielles contribue à accélérer et à développer les applications de l'intelligence artificielle, ce qui rend les modèles intelligents plus aptes à prédire les résultats en fonction des relations mathématiques entre les variables.**

**▶ Peut-on utiliser les concepts et les règles des équations exponentielles dans les applications de l'intelligence artificielle?**

**Les enjeux et les compétences de la vie**
- La pensée mathématique
- La pensée critique
- La déduction mathématique
- La pensée créative

**Les valeurs**
- L'appréciation esthétique
- La conscience touristique
- Le travail d'équipe
- La conscience environnementale

nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 1 - 1 Les puissances de puissances

## Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de la puissance d'une puissance.
- Trouver la puissance d'une puissance d'un nombre réel.
- Utiliser la règle de la puissance d'une puissance pour simplifier des expressions mathématiques.
- Utiliser la règle de la puissance d'un produit de deux puissances et d'un quotient de deux puissances pour résoudre des problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- Exposant
- Base
- Puissance
- Puissance d'une puissance

## Information précédente

**Les lois des exposants:**

Pour tous deux nombres réels $a$ et $b$, où $a \neq 0$ et $b \neq 0$ et deux entiers $m$ et $n$:

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$
4. $(\frac{a}{b})^m = \frac{a^m}{b^m}$
5. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
6. $a^0 = 1$

## Sois prêt!



Musée de l'Aquarium d'Alexandrie

Le musée de l'Aquarium d'Alexandrie est l'un des sites éducatifs et touristiques les plus célèbres de la ville. Il est situé près de la citadelle de Qaitbay, à Anfouchi, et abrite un ensemble de bassins vitrés présentant des poissons, des tortues et différentes créatures marines, ainsi que des spécimens naturalisés.
En supposant que l'un des bassins de l'aquarium soit de forme cubique dont l'arête mesure $2^7$ cm, quel est le volume d'eau que ce bassin peut contenir?

**Dans cette leçon, tu apprendras la règle de la puissance d'une puissance, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Tu as devant toi, un ensemble de cartes portant chacune une expression mathématique.Choisis toutes cartes qui portent une expression mathématique est égale à celle de la carte rouge. Discute.

$(x^4 y^3)^2$

$x^{42} y^{32}$ $\quad x^8 y^6$ $\quad x^6 y^5$

$x^3 y^4 \times x^5 y^2$ $\quad (x^2)^4 (y^2)^3$

## Apprends!

### Règle de la puissance d'une puissance

$$(2^3)^4 = \underbrace{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}_{\text{4 Facteurs}} = 2^{3+3+3+3} = 2^{12}$$

Remarque que: 12 est le produit des exposants initiaux 3 et 4 ($12 = 3 \times 4$)
Cela signifie que: Pour trouver la puissance d'une puissance, nous multiplions les exposants.

**En général:**

Pour tout nombre réel non nul $a$ et tous deux entiers $m$ et $n$:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Par exemple: • $(5^4)^2 = 5^{4 \times 2} = 5^8$ • $(7^{-2})^5 = 7^{-2 \times 5} = 7^{-10}$



nezakr.natega4dk.net

## Exemple 1

Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1) $\dfrac{(2^{11})^2\times 2^3}{(2^6)^3\times 2^4}$ 2) $\dfrac{(x^2)^{-3}\times(x^{-1})^2}{x^{-3}\times x^{-4}}$ 3) $\dfrac{4^{x+2}\times 9^{3+x}}{6^{2x+3}}$

1) $\dfrac{(2^{11})^2\times 2^3}{(2^6)^3\times 2^4}=\dfrac{2^{11\times 2}\times 2^3}{2^{6\times 3}\times 2^4}=\dfrac{2^{22}\times 2^3}{2^{18}\times 2^4}$

$=\dfrac{2^{22+3}}{2^{18+4}}=\dfrac{2^{25}}{2^{22}}=2^{25-22}=2^3=8$

2) $\dfrac{(x^2)^{-3}\times(x^{-1})^2}{x^{-3}\times x^{-4}}=\dfrac{x^{2\times(-3)}\times x^{-1\times 2}}{x^{-3}\times x^{-4}}=\dfrac{x^{-6}\times x^{-2}}{x^{-3}\times x^{-4}}$

$=\dfrac{x^{-6+(-2)}}{x^{-3+(-4)}}=\dfrac{x^{-8}}{x^{-7}}=x^{-8-(-7)}=x^{-1}=\dfrac{1}{x}$

3) $\dfrac{4^{x+2}\times 9^{3+x}}{6^{2x+3}}=\dfrac{(2^2)^{x+2}\times(3^2)^{3+x}}{(2\times 3)^{2x+3}}=\dfrac{2^{2x+4}\times 3^{6+2x}}{2^{2x+3}\times 3^{2x+3}}$

$=2^{(2x+4)-(2x+3)}\times 3^{(6+2x)-(2x+3)}$

$=2^{2x+4-2x-3}\times 3^{6+2x-2x-3}$

$=2^1\times 3^3=2\times 27=54$

### La règle de la puissance d'un produit de deux puissances

Pour tous deux nombres réels $a$ et $b$ non nuls et trois entiers $m$, $n$ et $k$:

$$(a^m\times b^n)^k=a^{mk}\times b^{nk}$$

Par exemple:

$(2^3\times 3)^4=2^{3\times 4}\times 3^{1\times 4}$

$=2^{12}\times 3^4$

### La règle de la puissance d'un quotient de deux puissances

$$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^k=\frac{a^{mk}}{b^{nk}}$$

Par exemple:

$\left(\dfrac{2^3}{7^2}\right)^5=\dfrac{2^{3\times 5}}{7^{2\times 5}}=\dfrac{2^{15}}{7^{10}}$

## Exemple 2

Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1) $(-2x^2y)^3\times(x^{-1}y^2)^{-1}$ 2) $\left(\dfrac{2a^2b^2}{b^{-1}a^4}\right)^3$

### Auto-évaluation 1

Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1) $\dfrac{((\sqrt{5})^3)^2\times\sqrt{5}}{(-\sqrt{5})^5}$

2) $\dfrac{a^4\times(a^{-1})^4}{(a^2)^5\times(a^5)^{-2}}$

3) $\dfrac{36^n\times 5^{2n}}{30^{2n}}$

### Remarque que

La division par zéro n'a pas de sens, et par conséquent, lorsque le dénominateur contient des symboles, ces symboles ne doivent pas être égaux à zéro.

### Réfléchis et discute

1) Est-ce que $(x^3)^2=(x^2)^3$?
2) Est-ce que $(9^2)^2=3^8$?
3) Est-ce que $(2^2)^3=2^{2^3}$?

### Remarque que

$(a^m+b^n)^k\neq a^{mk}+b^{nk}$

$(a^m-b^n)^k\neq a^{mk}-b^{nk}$

### Auto-évaluation 2

Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1) $(3xy^4)^{-2}\times((-2y)^2)^3$

2) $\left(\dfrac{4m^2n^{-3}}{n^{-4}m^3}\right)^{-2}$



nezakr.natega4dk.net

■ **Remarque que**

• $(-a)^n = a^n$
si $n$ est un entier pair.

• $(-a)^n = -a^n$
si $n$ est un entier impair.

■ **Auto-évaluation** ③

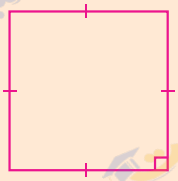
Réduis à la forme la plus simple:

$$\frac{\left((\sqrt{5})^3\right)^{2x} \times (15)^{x-1}}{(75)^x}$$

, puis trouve la valeur du résultat lorsque:

$x = 1$

■ **Auto-évaluation** ④



$3a^2x^3$ cm

Trouve l'aire du carré sous la forme la plus simple.

① $(-2x^2y)^3 \times (x^{-1}y^2)^{-1} = (-2)^3 x^{2\times3} y^3 \times x^{-1\times(-1)} y^{2\times(-1)}$

$= -8x^6y^3 \times xy^{-2} = -8x^{6+1}y^{3-2}$

$= -8x^7y$

② $\left(\frac{2a^2b^2}{b^{-1}a^4}\right)^3 = \frac{2^3 a^{2\times3} b^{2\times3}}{b^{-1\times3} a^{4\times3}} = \frac{8a^6b^6}{b^{-3}a^{12}}$

$= 8a^{6-12}b^{6+3} = 8a^{-6}b^9 = \frac{8b^9}{a^6}$

**Exemple** ③

Réduis à la forme la plus simple: $\frac{9^{2n-1} \times 18^{1-4n}}{36^{2-3n}}$

, puis trouve la valeur numérique du résultat lorsque $n = 2$

$\frac{9^{2n-1} \times 18^{1-4n}}{36^{2-3n}} = \frac{(3^2)^{2n-1} \times (2\times3^2)^{1-4n}}{(2^2\times3^2)^{2-3n}}$

$= \frac{3^{4n-2} \times 2^{1-4n} \times 3^{2-8n}}{2^{4-6n} \times 3^{4-6n}}$

$= 2^{(1-4n)-(4-6n)} \times 3^{(4n-2)+(2-8n)-(4-6n)}$

$= 2^{1-4n-4+6n} \times 3^{4n-2+2-8n-4+6n} = 2^{2n-3} \times 3^{2n-4}$

La valeur du résultat lorsque $n = 2$ :

$2^{2n-3} \times 3^{2n-4} = 2^{2(2)-3} \times 3^{2(2)-4} = 2^1 \times 3^0 = 2 \times 1 = 2$

**Exemple** ④

**Décoration:** Une chambre a un sol carré dont le côté mesure $2x^3y^2$ unités de longueur.
Le sol sera recouvert de carreaux carrés. La longueur d'un côté de chaque carreau est de $xy^2$ unités de longueur. Combien de carreaux faut-il pour couvrir tout le sol ?



∵ L'aire d'un carré = Le carré de la longueur de son côté

∴ L'aire du sol de la chambre $= (2x^3y^2)^2$

$= 2^2x^6y^4$

$= 4x^6y^4$ unités carrées.

∵ L'aire d'un carreau $= (xy^2)^2$

$= x^2y^4$ unités carrées.

∴ Le nombre de carreaux $= \frac{\text{L'aire du sol de la chambre}}{\text{L'aire d'un carreau}}$

$= \frac{4x^6y^4}{x^2y^4} = 4x^{6-2} = 4x^4$ carreaux

■ **Diversité des stratégies**

Le nombre de carreaux $= \frac{\text{L'aire du sol de la chambre}}{\text{L'aire d'un carreau}}$

$= \frac{(2x^3y^2)^2}{(xy^2)^2}$

$= \left(\frac{2x^3y^2}{xy^2}\right)^2$

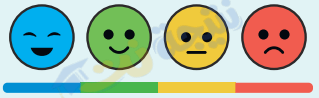
$= (2x^2)^2$

$= 4x^4$



nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon



## Premièrement Mesurer les concepts



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Lequel de ce qui suit est égal à $(a^4)^7$?
   (a) $a^3$ (b) $a^{11}$ (c) $a^{28}$ (d) $a^{47}$

2. Quelle est la valeur de $(3^8)^0$?
   (a) $3^8$ (b) $3^{80}$ (c) 1 (d) 24

3. Lequel de ce qui suit est égal à $(3^4)^2 \times 3^5$?
   (a) $3^{11}$ (b) $3^{13}$ (c) $3^{40}$ (d) $9^{11}$

4. Quel est le résultat de $\dfrac{(x^3)^5}{(x^8)^2}$ sous la forme la plus simple?
   (a) $\dfrac{1}{x}$ (b) $x$ (c) $x^{-2}$ (d) $x^{31}$

5. Quel est le résultat de $x^2 \times (x^5)^2$ sous la forme la plus simple?
   (a) $x^9$ (b) $x^{12}$ (c) $x^{14}$ (d) $x^{20}$

6. Quel est le résultat de $(-a^3\, b)^2$ sous la forme la plus simple?
   (a) $a^3\, b^3$ (b) $-a^5\, b^3$ (c) $a^6\, b^2$ (d) $-a^6\, b^2$

7. Si $2^x = 5$, quelle est la valeur de $8^x$?
   (a) 125 (b) 32 (c) 27 (d) 15

8. Quel est le résultat de $\left(\dfrac{3\,a^2}{2\,b}\right)^2$ sous la forme la plus simple?
   (a) $\dfrac{9\,a^4}{4\,b^3}$ (b) $\dfrac{9\,a^4}{4\,b^2}$ (c) $\dfrac{3\,a^4}{2\,b^2}$ (d) $\dfrac{3\,a^4}{2\,b^3}$

▸ **Découvre l'erreur:**

9. Khaled et Asmaa ont chacun réduit $(a^2)^3 \times a^4$ à la forme la plus simple. Leurs réponses sont présentées. Laquelle est correcte? Discute.

**La solution de Khaled:**
$(a^2)^3 \times a^4 = a^5 \times a^4 = a^{20}$

**La solution d'Asmaa:**
$(a^2)^3 \times a^4 = a^6 \times a^4 = a^{10}$

## Deuxièmement Appliquer les concepts



**10 Trouve chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:**

1. $(a^4)^3 \times a^7$
2. $(a^5)^2 \times (a^3)^3$
3. $\left(\sqrt{5}\right)^3 \times \left((-\sqrt{5})^2\right)^3$
4. $\left((-2)^3\right)^2 \times (-\sqrt{2})^{-4}$
5. $\dfrac{(a^2)^3}{a^4}$
6. $\dfrac{(a^4)^3}{(a^2)^5}$
7. $\left(((\sqrt{3})^3)^{-2}\right)^{-1}$
8. $\dfrac{\left((-\sqrt{7})^2\right)^3 \times \left((\sqrt{7})^3\right)^{-1}}{\left((\sqrt{7})^2\right)^{-2}}$

**11 Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:**

1. $(4\,a^4\, b^3\, c)^2$
2. $(-2\,m^5\, n^4)^3$
3. $\left(\dfrac{2\,r^2\, s^{-1}}{r^3 s}\right)^{-2}$
4. $(c^3)^2 \times (-3\,c^7)^2$
5. $(-3\,x^2\, y^3\, z)^2 \times \left((-x^2\, y)^3\right)^2$
6. $\dfrac{5\,q\,p^{-2}}{(q^{-1}\, p)^3}$
7. $\dfrac{(2\,a^5)^3 \times (3\,a^3)^2}{(6\,a^7)^2 \times (a^{-1})^3}$
8. $\dfrac{(16\,x^2\, y^{-2})^0}{(4\,x^0\, y^{-6})^{-2}}$
9. $\left(\dfrac{5^0\, c^2\, d^3\, f}{2\,c^4\, d^{-4}}\right)^{-3}$



nezakr.natega4dk.net

(12) Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple , puis trouve la valeur du résultat lorsque $x = 1$:

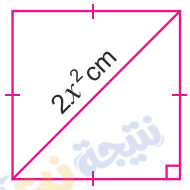
① $\dfrac{4^x \times 2^{x-4}}{16^{x-2}}$ ② $\dfrac{(4)^x \times (49)^{x-1}}{(98)^x}$

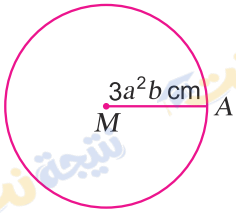
(13) Prouve que: $\dfrac{27^{x-1} \times 8^x}{(2\sqrt{2})^{2x} \times (3\sqrt{3})^{2x}} = \dfrac{1}{27}$

(14) Si $3^a = 2$ , trouve la valeur de: $9^a + (27)^a$

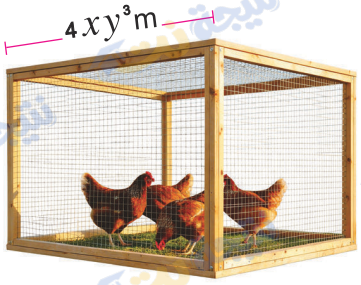
## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

(15) **Géométrie:** Trouve l'aire de chaque figure sous la forme la plus simple:

① 


② 


(16) **Ressources animales:** Un poulailler a la forme d'un cube. La longueur de son arête est de $4xy^3$ mètres, trouve le volume du poulailler sous la forme la plus simple.




L'aviculture est l'un des secteurs les plus importants de la richesse animale en Égypte. C'est une source importante de protéines animales.




Réduire la consommation de carburant contribue à diminuer la pollution de l'air et à protéger l'environnement.

(17) **Sources d'énergie**: Un baril cylindrique est utilisé pour stocker du carburant. Le rayon de sa base est de $2kw^2$ mètres et sa hauteur est de $4k$ mètres. Trouve le volume du baril sous la forme la plus simple.

## Pensée créative

(18) Si $10^x = 5^{x+1}$, trouve la valeur de $4^x$

(19) Si $a = 5^{30}$ , $b = 3^{45}$ et $c = 2^{60}$ , classe $a$ , $b$ et $c$ par ordre croissant.

**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension des puissances de puissances?
Coche la case appropriée.



nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 1 - 2 Les équations exponentielles

## Résultats d'apprentissage

- Résoudre les équations exponentielles en utilisant les lois des exposants.
- Utiliser les équations exponentielles pour résoudre des problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- Équation exponentielle

## Remarque que

Tu peux utiliser la décomposition pour écrire les nombres sous forme exponentielle:

| | |
|---|---|
| 125 | 5 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$125 = 5^3$

## Sois prêt!

Les bactéries sont des organismes vivants unicellulaires. Elles sont invisibles à l'œil nu, mais peuvent être observées seulement au microscope. Les bactéries se reproduisent par un processus appelé fission binaire. Au cours de ce processus, une cellule se divise en deux toutes les heures. Si l'on part d'une seule cellule bactérienne, au bout de combien d'heures le nombre de cellules issues de cette fission atteindra-t-il 1024?

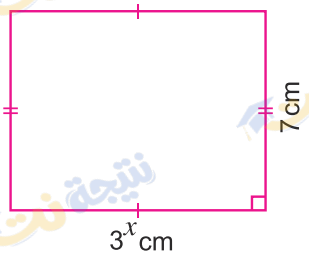


Des bactéries observées au microscope

**Dans cette leçon, tu reconnaîtras le concept d'équation exponentielle et comment la résoudre en utilisant les lois des exposants, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Si l'aire du rectangle ci-contre est de 63 $cm^2$, quelle est la valeur de $x$? Discute.




## Apprends!

### L'équation exponentielle

Une équation exponentielle est une équation qui contient une variable dans l'exposant.

Exemples d'équations exponentielles:
- $2^x = 8$
- $3^{x-4} = \frac{1}{9}$

Exemples d'équations non exponentielles:
- $x^2 = 9$
- $x - 7 = 3^2$

Cette année, nous étudierons les équations exponentielles sous la forme $a^x = b$ où $a > 0$ et $a \neq 1$

### La résolution d'équations exponentielles

**Pour résoudre les équations exponentielles, nous utilisons la propriété d'égalité des puissances.**

Si $a^x = a^y$ où $a > 0$ et $a \neq 1$, alors $x = y$

Exemples:
- Si $3^x = 3^4$, alors $x = 4$
- Si $5^x = 125$, alors $5^x = 5^3$ donc $x = 3$



nezakr.natega4dk.net

## Exemple 1

Résous chacune des équations suivantes dans $R$:

1) $3^{x+1}=81$ 2) $2^{x-7}=\frac{1}{32}$ 3) $(\frac{2}{3})^{x+2}=\frac{27}{8}$

1) $\because 3^{x+1}=81$

Réécris 81 sous forme exponentielle de sorte que la base soit 3

$\therefore 3^{x+1}=3^4$ $(81=3^4)$

Lorsque les bases sont égales, les exposants sont égaux

$\therefore x+1=4$ $\therefore x=4-1=3$

2) $\because 2^{x-7}=\frac{1}{32}$

Réécris 32 sous forme exponentielle de sorte que la base soit 2

$\therefore 2^{x-7}=\frac{1}{2^5}$ $(32=2^5)$

$\therefore 2^{x-7}=2^{-5}$

Lorsque les bases sont égales, les exposants sont égaux

$\therefore x-7=-5$ $\therefore x=7-5=2$

3) $\because (\frac{2}{3})^{x+2}=\frac{27}{8}$ $\therefore (\frac{2}{3})^{x+2}=\frac{3^3}{2^3}$

$\therefore (\frac{2}{3})^{x+2}=(\frac{3}{2})^3$

$\therefore (\frac{2}{3})^{x+2}=(\frac{2}{3})^{-3}$

$\therefore x+2=-3$ $\therefore x=-2-3=-5$

**Remarque que**

Si $a$ et $b$ sont deux nombres réels non nuls et $n$ est un entier,

alors: $(\frac{a}{b})^n=(\frac{b}{a})^{-n}$

Par exemple: $(\frac{3}{2})^3=(\frac{2}{3})^{-3}$

## Exemple 2

Résous chacune des équations suivantes dans $R$:

1) $9^{x+2}=3^x$ 2) $(125)^{x+1}=(625)^{x-1}$

3) $(\frac{3}{2})^{5-3x}=(\frac{4}{9})^{2x-7}$ 4) $2^{x^2}=16^{3-x}$

1) $\because 9^{x+2}=3^x$

Réécris 9 sous forme exponentielle de sorte que la base soit 3 $(9=3^2)$

$\therefore (3^2)^{x+2}=3^x$

Utilise la règle de la puissance d'une puissance

$\therefore 3^{2x+4}=3^x$

Lorsque les bases sont égales, les exposants sont égaux

$\therefore 2x+4=x$

$\therefore 2x-x=-4$

$\therefore \boxed{x=-4}$

2) $\because (125)^{x+1}=(625)^{x-1}$

Réécris 125 et 625 sous forme exponentielle de sorte qu'ils aient la même base, qui est 5

$\therefore (5^3)^{x+1}=(5^4)^{x-1}$

Utilise la règle de la puissance d'une puissance

$\therefore 5^{3x+3}=5^{4x-4}$

Lorsque les bases sont égales, les exposants sont égaux

$\therefore 3x+3=4x-4$

$\therefore 4x-3x=3+4$

$\therefore \boxed{x=7}$

### Auto-évaluation 1

Résous chacune des équations suivantes dans $R$:

1) $2^{x-2}=8$

2) $(\frac{1}{2})^{2x-1}=32$

3) $\frac{125}{27}=(\frac{3}{5})^{x+2}$

### La vérification de la validité de la solution

Tu peux vérifier la validité de la solution de l'équation 1 comme suit:

Remplace la valeur de $x$ par 3 dans l'équation initiale.

$3^{x+1}=81$

$3^{3+1} \stackrel{?}{=} 81$

$3^4 \stackrel{?}{=} 81$

$81=81$ ✓

L'affirmation est vraie

Alors, la solution est 3

▸ Essaie de vérifier la validité de la solution des équations 2 et 3 par toi-même.

### Auto-évaluation 2

Résous chacune des équations suivantes dans $R$:

1) $27^{x-1}=3^{2x}$

2) $64^{x+1}=4^{x+7}$

3) $\frac{2^{x^2}}{16^x}=32$



nezakr.natega4dk.net

③ $\because (\frac{3}{2})^{5-3x} = (\frac{4}{9})^{2x-7}$

$\therefore (\frac{3}{2})^{5-3x} = (\frac{2^2}{3^2})^{2x-7}$

$\therefore (\frac{3}{2})^{5-3x} = ((\frac{2}{3})^2)^{2x-7}$

$\therefore (\frac{3}{2})^{5-3x} = ((\frac{3}{2})^{-2})^{2x-7}$

$\therefore (\frac{3}{2})^{5-3x} = (\frac{3}{2})^{-4x+14}$

$\therefore 5-3x = -4x+14$

$\therefore 4x-3x = 14-5$

$\therefore \boxed{x=9}$

④ $\because 2^{x^2} = 16^{3-x}$

$\therefore 2^{x^2} = (2^4)^{3-x}$

$\therefore 2^{x^2} = 2^{12-4x}$

$\therefore x^2 = 12-4x$

$\therefore x^2+4x-12=0$

$\therefore (x+6)(x-2)=0$

$\therefore x+6=0$ ou $x-2=0$

$\boxed{x=-6}$ | $\boxed{x=2}$

**Remarque:**

- Si $\boxed{a^x=1}$ où $a>0$ et $a\neq 1$ , alors $\boxed{x=0}$
- Si $\boxed{a^x=b^x}$ où $a>0$ , $b>0$ et $a\neq b$ , alors $\boxed{x=0}$

**Exemple 3**

Résous chacune des équations suivantes dans $R$:

1) $4^{x^2-9}=1$ 2) $2^{x+1}=3^{x+1}$

① $\because 4^{x^2-9}=1$

$\therefore x^2-9=0$ $\therefore x^2=9$

$\therefore x=\pm\sqrt{9}$ $\therefore \boxed{x=\pm 3}$

② $\because 2^{x+1}=3^{x+1}$

$\therefore x+1=0$

$\therefore \boxed{x=-1}$

**Exemple 4**

Trouve la valeur de $n$ dans chacun de ce qui suit:

1) $\frac{2^n\times 9^{n+1}}{18^n}=3^n$ 2) $\frac{12^{n-1}}{2^{n-1}\times 3^{n-1}}=1$

① $\because \frac{2^n\times 9^{n+1}}{18^n}=3^n$

$\therefore \frac{2^n\times (3^2)^{n+1}}{(2\times 3^2)^n}=3^n$

$\therefore \frac{2^n\times 3^{2n+2}}{2^n\times 3^{2n}}=3^n$

$\therefore 3^{2n+2-2n}=3^n$

$\therefore 3^2=3^n$ $\therefore \boxed{n=2}$

② $\because \frac{12^{n-1}}{2^{n-1}\times 3^{n-1}}=1$

$\therefore \frac{(3\times 2^2)^{n-1}}{2^{n-1}\times 3^{n-1}}=1$

$\therefore \frac{3^{n-1}\times 2^{2n-2}}{2^{n-1}\times 3^{n-1}}=1$

$\therefore 2^{2n-2-n+1}=1$ $\therefore 2^{n-1}=1$

$\therefore n-1=0$ $\therefore \boxed{n=1}$

## Auto-évaluation ③

Résous chacune des équations suivantes dans $R$:

1) $2^{x^2}\times 2^x=1$

2) $(\frac{1}{2})^{2a-1}=5^{1-2a}$

## Auto-évaluation ④

Trouve la valeur de $x$ dans chacun de ce qui suit:

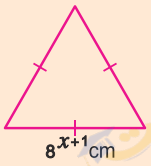
1) $\frac{4^x\times 9^{2-x}}{6^{2x}}=1$

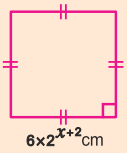
2) $\frac{2^x\times 3^x}{12^x}=\frac{1}{2}$



nezakr.natega4dk.net

## ■ Auto-évaluation (5)




Si le périmètre du triangle équilatéral est égal au périmètre du carré, quelle est la longueur du côté de chaque figure ?

**Exemple 5**

Dans la figure ci-contre:
Une boîte en carton est en forme d'un pavé droit. Son volume est de $1m^3$.
Trouve les dimensions de la boîte.




$\because$ Le volume de la boîte $= L\times\ell\times h$

où: $L=2^{x+2}$, $\ell=2^{x+1}$ et $h=2^x$

$\therefore 2^{x+2}\times2^{x+1}\times2^x=1$ $\quad\therefore 2^{x+2+x+1+x}=1$ $\quad\therefore 2^{3x+3}=1$

$\therefore 3x+3=0$ $\quad\therefore 3x=-3$ $\quad\therefore x=\frac{-3}{3}=-1$

$\therefore$ $L=2^{-1+2}=2$, $\ell=2^{-1+1}=2^0=1$ et $h=2^{-1}=\frac{1}{2}$

$\therefore$ Les dimensions de la boîte sont: 2 m , 1 m et $\frac{1}{2}$ m.

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Si $2^{x-3}=1$, quelle est la valeur de $x$?
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(2) Si $2^x=8$, quelle est la valeur de $x$?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(3) Si $3^{-x}=3$, quelle est la valeur de $x$?
(a) $-3$ (b) $-1$ (c) 1 (d) 3

(4) Si $3^{x+2}=3^{2x-1}$, quelle est la valeur de $x$?
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

(5) Si $5^{x-1}=3^{x-1}$, quelle est la valeur de $x$?
(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 5

(6) Si $9^x=27$, quelle est la valeur de $x$?
(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) 3

(7) Si $5^{2x-1}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-7}$, quelle est la valeur de $x$?
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

(8) Si $3^x+3^x=6$, quelle est la valeur de $x$?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 9

**Deuxièmement** **Appliquer les concepts**

(9) **Résous chacune des équations suivantes dans $R$:**

(1) $5^{2x-1}=125$
(2) $3^{2x-3}=\frac{1}{27}$
(3) $4^{1-2x}=2$
(4) $(\frac{1}{8})^{x-2}=128$
(5) $(\frac{2}{5})^{2x+1}=\frac{8}{125}$
(6) $(\frac{3}{5})^{2x+1}=\frac{125}{27}$
(7) $7^{2x+3}=7^{x-4}$
(8) $7^{x+2}=2^x\times2^{-x}$
(9) $9\times5^{x-1}=25\times3^{x-1}$



nezakr.natega4dk.net

**10** **Trouve l'ensemble des solutions dans $R$ pour chacune des équations suivantes:**

① $(216)^x = \frac{1}{6^3}$ ② $(\frac{1}{4})^{2x-1} = 8^{x+3}$ ③ $32^{x-3} = 8^{2x+1}$

④ $\frac{36^{x+1}}{6^{x-1}} = \frac{1}{216}$ ⑤ $8^{x-1} \times 4^{2x+1} = 64$ ⑥ $\frac{8^x \times 9^x}{18^x} = 64$

**11** Si $\frac{49^n \times 25^{2n} \times 3^{4n}}{7^{-n} \times 15^{4n}} = 343$ , trouve la valeur de $6^{2n}$

▸ **Discute:**

**12** Marwan et Mariam ont chacun résolu l'équation:

$16^{x+1} = 64^{x-1}$

Lequel d'entre eux a suivi la méthode correcte dans la solution?

**La solution de Marwan:**

$16^{x+1} = 64^{x-1}$

$(2^4)^{x+1} = (2^6)^{x-1}$

$2^{4x+4} = 2^{6x-6}$

$4x+4 = 6x-6$

$4+6 = 6x-4x$

$10 = 2x \qquad x = 5$

**La solution de Mariam:**

$16^{x+1} = 64^{x-1}$

$(4^2)^{x+1} = (4^3)^{x-1}$

$4^{2x+2} = 4^{3x-3}$

$2x+2 = 3x-3$

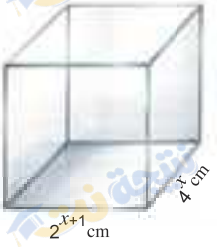
$3x-2x = 2+3$

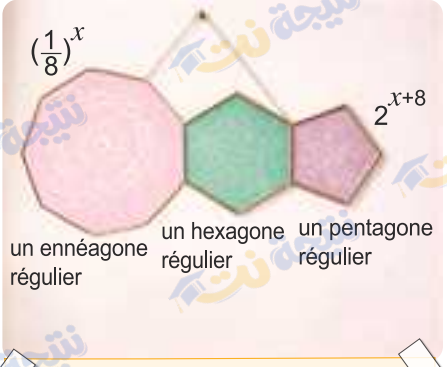
$x = 5$

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

**13** **Volumes:**

Une boîte en verre est en forme d'un cube. Les longueurs des côtés de sa base sont $2^{x+1}$ cm et $4^x$ cm comme indiqué sur la figure. Trouve son volume en centimètres cubes.



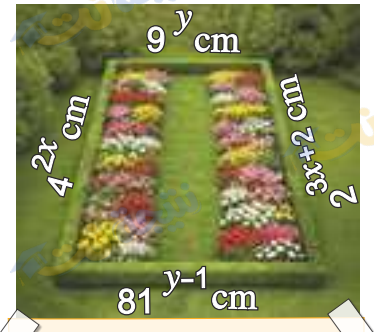




Soigner la décoration rend un lieu plus confortable, organisé et élégant

**14** **Jardins:**

Un parterre de fleurs est de forme rectangulaire. Ses dimensions sont indiquées sur la figure.

Calcule le périmètre du parterre de fleurs.




Les fleurs donnent aux jardins et aux maisons une apparence élégante qui reflète le goût et la beauté

**15** **Décoration:**

Dans la figure ci-contre:

Une forme décorative est suspendue à un mur. Elle se compose de trois polygones réguliers: un pentagone, un hexagone et un ennéagone. Quelle est la valeur de $x$ ?

## Pensée créative

**16** Trouve la valeur de $x$ dans chacun de ce qui suit:

① $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 112$

② $2 \times 3^{x+1} - 3^x = 5^{x+1} - 2 \times 5^x$

***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension des équations exponentielles? Coche la case appropriée.





nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de l'unité 1

**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 1? Coche la case appropriée.

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Lequel de ce qui suit est égal à $(a^2)^4 \times a^5$?
   (a) $a^{11}$ (b) $a^{13}$ (c) $a^{40}$ (d) $a^{30}$

2. Si $\frac{3^x \times 27^x}{81^x} = 2^{-2x}$, quelle est la valeur de $x$ ?
   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) $-1$

3. Si $3^x = b$, lequel de ce qui suit est égal à $9^{x+1}$?
   (a) $27\,b^2$ (b) $3\,b^2$ (c) $9\,b^2$ (d) $3\,b$

4. Si $4^x = 8$, quelle est la valeur de $x$ ?
   (a) 1 (b) 2 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

▸ **Complète chacun de ce qui suit:**

5. Si $7^{x+1} = 5^{x+1}$, alors $x =$ .....

6. Le résultat de $\frac{(-2a^2)^3}{2a}$ sous la forme la plus simple est .....

7. Si $5^{x-3} = 1$, alors $2^x =$ .....

8. Si $2^a + 2^a + 2^a = 24$, alors $a =$ .....

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

9. Si $2^x = 5$, trouve la valeur de $8^x - 3 \times 2^{x+2}$

10. Réduis à la forme la plus simple $\frac{4^x \times 9^{2-x}}{6^{2x}}$, puis trouve la valeur du résultat lorsque $x = 1$

11. Trouve dans $R$ l'ensemble de solution de l'équation: $5^{x^2-4} = 125^x$

12. Trouve la valeur de $m$ si $3^{-2m+1} \times 9^{2m} = \frac{1}{27}$



# Activité de l'unité 1 — Les équations exponentielles

▸ **L'objectif de l'activité:**

Comprendre comment résoudre une équation exponentielle et les méthodes de résolution.

▸ **Les étapes de mise en œuvre:**

**En coopération avec un de tes camarades, essaie de faire ce qui suit:**

1. Utilise n'importe quelle source, telle que (livre, Internet, application d'intelligence artificielle,…) pour formuler un problème de la vie qui repose sur une croissance exponentielle (tel que: propagation d'un virus, doublement du nombre d'abonnés sur les réseaux sociaux, reproduction des bactéries .....)
2. Reformule le problème avec tes propres mots, puis écris l'équation qui le représente sous la forme $a^x = b$
3. Utilise ce que tu as appris pour résoudre l'équation que tu as écrite, puis vérifie ta solution.
4. Explique les étapes de résolution du problème en soulignant comment les lois des exposants ont été utilisées.



nezakr.natega4dk.net

UNITÉ 2

# L'algèbre

## Leçons de l'unité

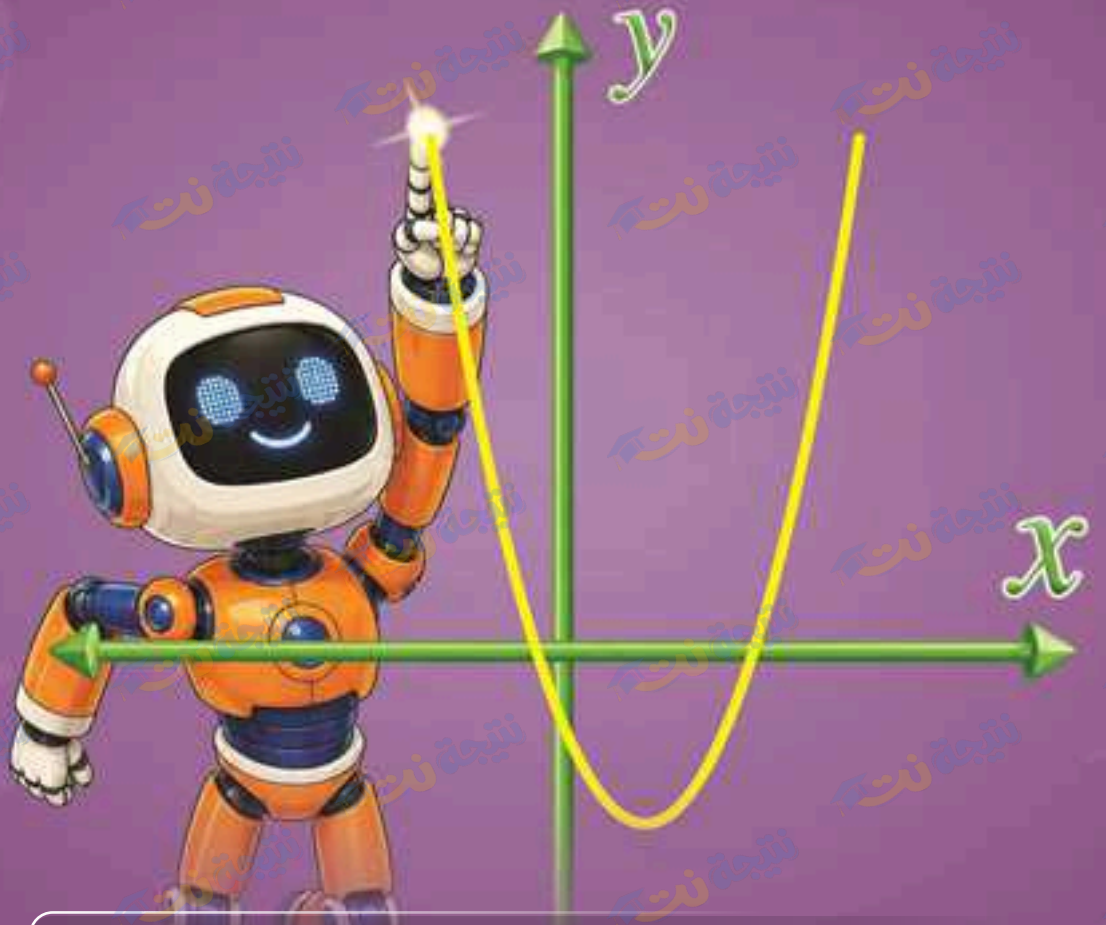

**2-1** La fonction quadratique

**2-2** L'ensemble des zéros réels des fonctions Polynômes

**2-3** Les fonctions algébriques rationnelles

**2-4** L'ensemble de définition commun et l'égalité des fonctions algébriques rationnelles

**2-5** Les opérations sur les fractions algébriques rationnelles


**Le concept de fonctions algébriques rationnelles contribue à l'intelligence artificielle en représentant des relations non linéaires entre les données. Cela aide les algorithmes d'apprentissage automatique à améliorer la précision de la prise de décision et à analyser plus efficacement les modèles mathématiques.**

**▶ Peut-on utiliser les concepts et les lois des fonctions algébriques rationnelles dans les applications d'intelligence artificielle ?**

**Les enjeux et les compétences de la vie**

- La pensée mathématique
- La pensée critique
- La déduction mathématique
- La pensée créative

**Les valeurs**

- La conscience de la santé
- Le travail d'équipe
- La conscience touristique

nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 2 - 1 La fonction quadratique

## Résultats d'apprentissage

- Connaître la forme standard de la fonction quadratique.
- Connaître la forme canonique de la fonction quadratique.
- Déterminer le sommet de la courbe et l'axe de symétrie d'une fonction quadratique.
- Représenter graphiquement une fonction quadratique.
- Trouver la valeur maximale ou minimale d'une fonction quadratique.
- Utiliser la représentation graphique d'une fonction quadratique pour résoudre certains problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- La fonction quadratique
- Parabole
- La valeur maximale
- La valeur minimale
- L'ordonnée à l'origine
- La forme canonique

## Remarque que

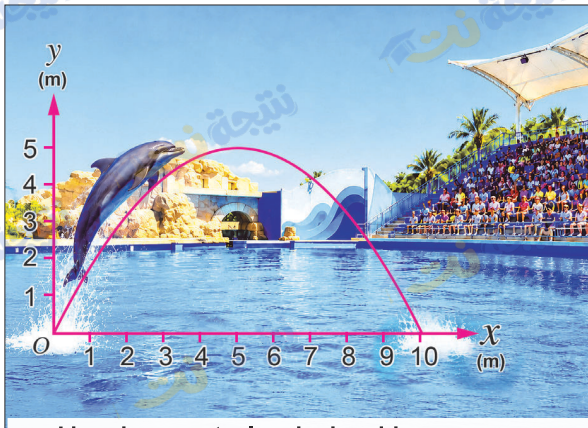
L'ensemble de définition de la fonction quadratique est l'ensemble des nombres réels $R$.

## Remarque que

L'ordonnée à l'origine est la coordonnée $y$ du point d'intersection de la courbe avec l'axe des $y$.
Et pour trouver l'ordonnée à l'origine de la fonction $f$, où $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ on pose $x = 0$ et on trouve que $f(0) = c$

## Sois prêt!

Les dauphins comptent parmi les créatures marines les plus intelligentes. Ils se distinguent par leur capacité à nager rapidement et à sauter haut au-dessus de la surface de l'eau. Les spectacles de dauphins sont considérés comme faisant partie des spectacles marins les plus attrayants pour les visiteurs, car les dauphins réalisent d'impressionnants sauts et mouvements acrobatiques.



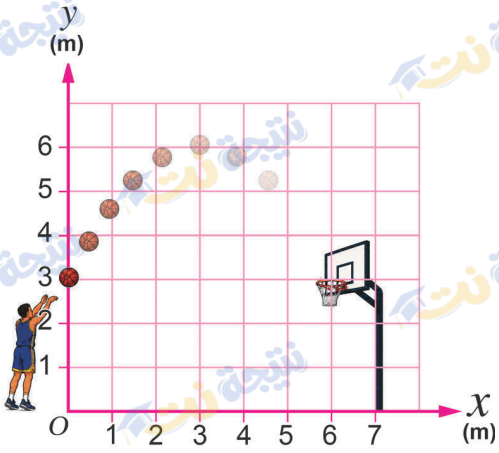
L'un des spectacles de dauphins

Au cours de l'un des spectacles, un dauphin a bondi hors de l'eau, et sa trajectoire a été représentée par la fonction $f$ où $f(x) = -0{,}2\,x^2 + 2\,x$
Quelle est la hauteur maximale atteinte par le dauphin?

**Dans cette leçon, tu connaîtras le concept de la fonction quadratique, ses propriétés et comment la représenter graphiquement, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Dans la figure ci-contre:
Si le ballon suit la trajectoire courbe de la fonction $f$ où:
$f(x) = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 6$,
le ballon entrera-t-il dans le panier?
Pourquoi? Discute.




## Apprends!

### La fonction quadratique

La fonction quadratique est une fonction du second degré d'une variable. Elle est représentée par une courbe appelée «parabole». Cette courbe est symétrique par rapport à une droite verticale appelée l'axe de symétrie, qui passe par le sommet de la courbe.

### La forme standard de la fonction quadratique

La forme standard de la fonction quadratique $f$ est $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ où $a \neq 0$

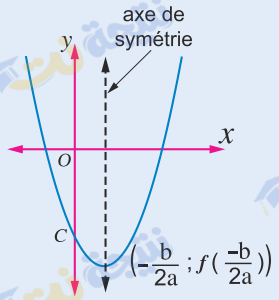
- La coordonnée $x$ (l'abscisse) du sommet de la courbe: $x = \frac{-b}{2\,a}$
- La coordonnée $y$ (l'ordonnée) du sommet de la courbe: $y = f\left(\frac{-b}{2\,a}\right)$
- Le sommet de la courbe: $\left(\frac{-b}{2\,a}\,;\, f\left(\frac{-b}{2\,a}\right)\right)$
- L'ordonnée à l'origine est égale à $c$


nezakr.natega4dk.net

## La représentation graphique de la fonction quadratique sous forme standard

**Si $a > 0$**

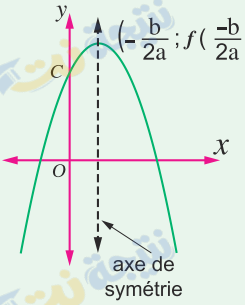
La courbe est ouverte vers le haut.
La fonction admet une valeur minimale au sommet de la courbe.




La valeur minimale de la fonction est $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$

**Si $a < 0$**

La courbe est ouverte vers le bas.
La fonction admet une valeur maximale au sommet de la courbe.




La valeur maximale de la fonction est $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$

**Exemple 1**

Représente graphiquement la fonction $f$ dans chacun de ce qui suit, en indiquant l'axe de symétrie de la fonction sur le graphique, puis trouve la valeur minimale ou maximale de la fonction:

1) $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 2) $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

1) Pour tracer la fonction quadratique $f$, suis les étapes suivantes:

- Trouve la coordonnée $x$ du sommet de la courbe

$\because a = 1$ , $b = -2$ et $c = -3$

$\therefore x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1$

- Choisis quelques valeurs réelles qui sont symétriques par rapport à la coordonnée $x$ du sommet de la courbe:

$-2 ; -1 ; 0 ; \underbrace{1}_{\text{la coordonnée du sommet de la courbe}} ; 2 ; 3 ; 4$

- Trouve la coordonnée $y$ du sommet de la courbe et les valeurs choisies, comme indiqué dans le tableau:

| $x$ | $f(x) = x^2 - 2x - 3$ | $(x ; f(x))$ |
|---|---|---|
| $-2$ | $f(-2) = (-2)^2 - 2(-2) - 3 = 5$ | $(-2 ; 5)$ |
| $-1$ | $f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 0$ | $(-1 ; 0)$ |
| $0$ | $f(0) = (0)^2 - 2(0) - 3 = -3$ | $(0 ; -3)$ |
| $1$ | $f(1) = (1)^2 - 2(1) - 3 = -4$ | $(1 ; -4)$ ← Le sommet de la courbe |
| $2$ | $f(2) = (2)^2 - 2(2) - 3 = -3$ | $(2 ; -3)$ |
| $3$ | $f(3) = (3)^2 - 2(3) - 3 = 0$ | $(3 ; 0)$ |
| $4$ | $f(4) = (4)^2 - 2(4) - 3 = 5$ | $(4 ; 5)$ |

### Remarque que

La courbe de la fonction quadratique est symétrique par rapport à l'axe de symétrie, qui est la droite verticale passant par le sommet de la courbe. Les points situés de part et d'autre de la courbe par rapport à l'axe de symétrie sont à égale distance de cet axe à droite et à gauche.

### Auto-évaluation 1

Représente graphiquement la fonction $f$ où $f(x) = 3x - x^2$, en indiquant l'axe de symétrie de la fonction sur le graphique, puis trouve la valeur minimale ou maximale de la fonction.

### Réfléchis et discute

1) Le point $(6 ; 21)$ appartient-il à la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = x^2 - 2x - 3$?

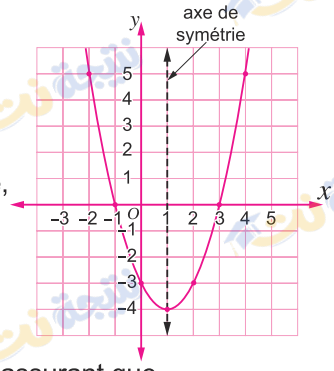
2) Le point $(-1 ; -10)$ appartient-il à la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = -x^2 + 6x - 5$?



nezakr.natega4dk.net

- Place les points dans le plan cartésien, puis trace une courbe passant par les points.

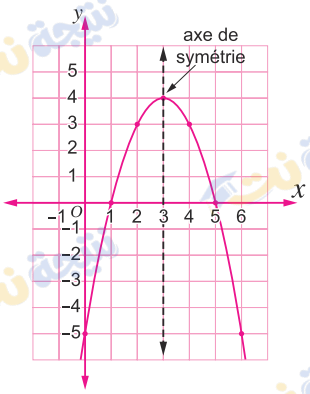
La courbe est ouverte vers le haut, la fonction admet donc une valeur minimale, qui est $-4$ (La coordonnée $y$ du sommet de la courbe).




(2) Suis les mêmes étapes précédentes, en t'assurant que la représentation graphique comprend le sommet de la courbe.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$$

| $x$ | $f(x)$ | $(x\ ;\ f(x))$ |
|---|---|---|
| 0 | $-5$ | $(0\ ;-5)$ |
| 1 | 0 | $(1\ ;\ 0)$ |
| 2 | 3 | $(2\ ;\ 3)$ |
| 3 | 4 | $(3\ ;\ 4)$ ← Le sommet de la courbe |
| 4 | 3 | $(4\ ;\ 3)$ |
| 5 | 0 | $(5\ ;\ 0)$ |
| 6 | $-5$ | $(6\ ;-5)$ |




La courbe est ouverte vers le bas, la fonction admet donc une valeur maximale, qui est $4$

## Exemple (2)

Dans chacun de ce qui suit, trouve le sommet de la courbe de la fonction quadratique, le point d'intersection de la courbe avec l'axe des $y$ et la valeur minimale ou maximale de la fonction:

(1) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ (2) $g(x) = -x^2 + 9$

(1) $\because a = 1$ , $b = -4$ et $c = 3$

$\therefore \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$

$\therefore f(2) = (2)^2 - 4(2) + 3 = -1$

$\therefore$ Le sommet de la courbe est $(2\ ;-1)$

$\because c = 3$

$\therefore$ Le point d'intersection de la courbe avec l'axe des $y$ est $(0\ ;\ 3)$

$\because a > 0$

$\therefore$ La courbe est ouverte vers le haut

$\therefore$ La valeur minimale de la fonction $= -1$

(2) $\because a = -1$ , $b = 0$ et $c = 9$

$\therefore \frac{-b}{2a} = \frac{-(0)}{2(-1)} = 0$

$\therefore f(0) = -(0)^2 + 9 = 9$

$\therefore$ Le sommet de la courbe est $(0\ ;\ 9)$

$\because c = 9$

$\therefore$ Le point d'intersection de la courbe avec l'axe des $y$ est $(0\ ;\ 9)$

$\because a < 0$

$\therefore$ La courbe est ouverte vers le bas

$\therefore$ La valeur maximale de la fonction $= 9$

### Utilisation de la technologie

- Différents logiciels peuvent être utilisés pour représenter et étudier la fonction quadratique, comme GeoGebra.
- Essaie toi-même d'utiliser GeoGebra pour représenter les deux fonctions dans l'exemple (1)

### Auto-évaluation (2)

Dans chacun de ce qui suit, trouve le sommet de la courbe de la fonction quadratique, le point d'intersection de la courbe avec l'axe des $y$ et la valeur minimale ou maximale de la fonction:

(1) $f(x) = x^2 - 2x$

(2) $g(x) = 1 - x^2$



nezakr.natega4dk.net

## La forme canonique de la fonction quadratique

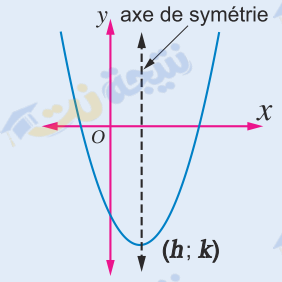
La forme canonique de la fonction quadratique $f$ est:

$f(x)=a(x-h)^2+k$ où $a$, $h$ et $k$ sont des nombres réels, $a\neq 0$ et le sommet de la courbe est $(h;k)$

### Représentation graphique de la fonction quadratique sous forme canonique

**Si $a>0$**

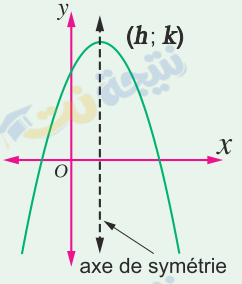
La courbe est ouverte vers le haut.
La fonction admet une valeur minimale au sommet de la courbe.




La valeur minimale de la fonction est $f(h)=k$

**Si $a<0$**

La courbe est ouverte vers le bas.
La fonction admet une valeur maximale au sommet de la courbe.




La valeur maximale de la fonction est $f(h)=k$

**Réfléchis et discute**

Hagar a écrit que le sommet de la courbe de la fonction $f$, où $f(x)=(x+2)^2+4$ est le point $(2\,;4)$.
Ce qu'a écrit Hagar est-il correct? Discute.

**Auto-évaluation** (3)

Représente graphiquement la fonction $f$, où $f(x)=(x-2)^2-4$, en indiquant l'axe de symétrie de la fonction sur le graphique, puis trouve la valeur maximale ou minimale de la fonction.

### Exemple 3

Représente graphiquement la fonction $f$ où $f(x)=5-2(x+1)^2$, en indiquant l'axe de symétrie de la fonction sur le graphique, puis trouve la valeur maximale ou minimale de la fonction.

$\because f(x)=5-2(x+1)^2 \qquad \therefore f(x)=-2(x-(-1))^2+5$

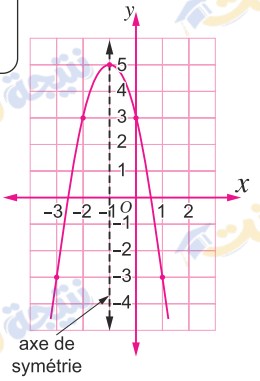
$\therefore a=-2$ , $h=-1$ et $k=5$

$\therefore$ Le sommet de la courbe est: $(-1\,;5)$

| $x$ | $f(x)=5-2(x+1)^2$ | $(x\,;f(x))$ |
|---|---|---|
| $-3$ | $f(-3)=5-2(-3+1)^2=-3$ | $(-3\,;-3)$ |
| $-2$ | $f(-2)=5-2(-2+1)^2=3$ | $(-2\,;3)$ |
| $-1$ | $f(-1)=5-2(-1+1)^2=5$ | $(-1\,;5)$ ← Le sommet de la courbe |
| $0$ | $f(0)=5-2(0+1)^2=3$ | $(0\,;3)$ |
| $1$ | $f(1)=5-2(1+1)^2=-3$ | $(1\,;-3)$ |

$\because a=-2 \qquad \therefore a<0$

$\therefore$ La courbe est ouverte vers le bas et la fonction admet une valeur maximale, qui est $5$






nezakr.natega4dk.net

## Exemple 4

Détermine le sommet de la courbe et la valeur maximale ou minimale de la fonction $f$ où $f(x)=2(x-3)^2+1$, puis trouve la valeur de $b$ si le point $(b\,;\,9)$ appartient à la courbe.

$\because f(x)=2(x-3)^2+1 \qquad \therefore h=3$ et $k=1$

$\therefore$ Le sommet de la courbe est $(3\,;\,1)$

$\because a=2 \qquad \therefore a>0$

$\therefore$ La courbe est ouverte vers le haut.

$\therefore$ La valeur minimale de la fonction $=1$

$\because$ Le point $(b\,;\,9)$ appartient à la courbe.

$\therefore f(b)=9 \qquad \therefore 2(b-3)^2+1=9$

$\therefore 2(b-3)^2=9-1=8 \qquad \therefore (b-3)^2=\frac{8}{2}=4$

$\therefore b-3=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

$\therefore b-3=2$ ou $b-3=-2$

$\therefore b=2+3=5 \qquad b=-2+3=1$

## Auto-évaluation 4

Détermine le sommet de la courbe et la valeur maximale ou minimale de la fonction $f$ où:

$f(x)=-(x+1)^2+3$

Si le point $(m\,;\,-1)$ appartient à la courbe, trouve la valeur de $m$

## Exemple 5

Un joueur de football lance un ballon vers le haut depuis le sol. Sa hauteur au-dessus du sol, $h(t)$, en mètres, après $(t)$ secondes est déterminée par la relation: $h(t)=-4{,}9\,t^2+19{,}6\,t$. Représente graphiquement la relation et détermine la hauteur maximale ainsi que le temps auquel le ballon atteint cette hauteur maximale.

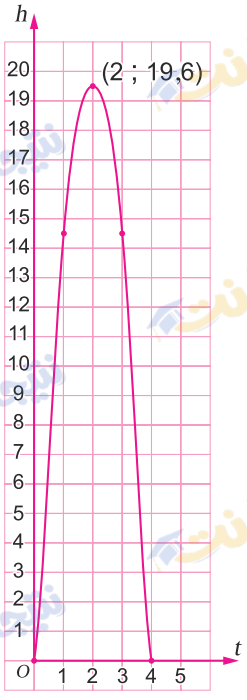


$\because a=-4{,}9$ , $b=19{,}6$ et $c=0$

$\therefore \frac{-b}{2a}=\frac{-19{,}6}{2(-4{,}9)}=2$

Remarque que:
Ne choisis pas de valeurs négatives pour la variable $t$

| $t$ | $h(t)$ | $(t\,;\,h(t))$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | (0 ; 0) |
| 1 | 14,7 | (1 ; 14,7) |
| 2 | 19,6 | (2 ; 19,6) |
| 3 | 14,7 | (3 ; 14,7) |
| 4 | 0 | (4 ; 0) |




$\because$ Le sommet de la courbe est: $(2\,;\,19{,}6)$

$\therefore$ La hauteur maximale atteinte par le ballon $=19{,}6$ mètres et le temps nécessaire pour atteindre la hauteur maximale $=2$ secondes.

## Auto-évaluation 5

Si la fonction $h$, où $h(x)=-0{,}5\,x^2+2\,x+6$ représente la relation entre la hauteur d'une voiture $h(x)$, en mètres, se déplaçant sur une pente de montagne et la distance horizontale $x$, en mètres, trace la courbe de la fonction et indique la hauteur maximale à partir de laquelle la voiture commence à descendre.





nezakr.natega4dk.net

## Activité technologique — Utilisation de la calculatrice pour tracer une fonction quadratique

Une calculatrice scientifique peut être utilisée pour créer le tableau utilisé pour tracer une fonction quadratique.

Les étapes suivantes indiquent comment créer le tableau pour tracer la fonction $f$,
où $f(X) = X^2 - 2X - 3$ en utilisant la calculatrice.

**1** Premièrement, la calculatrice doit être réglée sur le mode (*Table*) en appuyant sur la touche MODE SETUP, puis en choisissant le mode (Table) .

**2** Saisis les données: écris la règle de la fonction donnée en appuyant sur les touches suivantes:

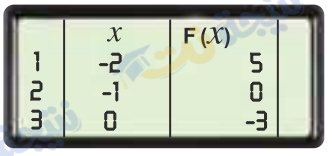


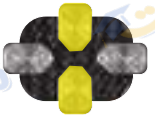

**3** Appuie sur la touche =, puis, au début de l'intervalle (start), écrit (−) 2, puis appuie sur la touche =

**4** Écris le nombre 4 à la fin de l'intervalle, END ?, puis appuie sur la touche =

**5** Détermine le pas de l'intervalle, STEP ? et choisis le nombre 1, puis appuie sur la touche =.

Ainsi, le tableau est créé comme indiqué sur l'écran ci-contre.




Tu peux te déplacer en utilisant la touche  vers le haut et vers le bas.


nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon

**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Quel est le sommet de la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = 2(x-3)^2 + 1$?

   (a) $(2\ ;\ 3)$ (b) $(2\ ;\ 1)$ (c) $(-3\ ;\ 1)$ (d) $(3\ ;\ 1)$

2. Si $(h\ ;\ k)$ est le sommet de la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$, quelle est la valeur de $h$ ?

   (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

3. Quel est le point d'intersection de la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = x^2 - 3x - 5$ avec l'axe des $y$?

   (a) $(0\ ;\ -5)$ (b) $(0\ ;\ -3)$ (c) $(0\ ;\ 3)$ (d) $(0\ ;\ 5)$

4. Quelle est la valeur minimale de la fonction $f$, où $f(x) = x^2 - 6x + 14$?

   (a) $-6$ (b) 5 (c) 9 (d) 14

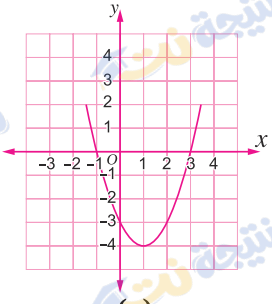
5. Si la fonction $f$, où $f(x) = (a+4)x^3 + x^2 - 5x + 6$ est une fonction quadratique, quelle est la valeur de $a$ ?

   (a) $-4$ (b) $-5$ (c) 5 (d) 6

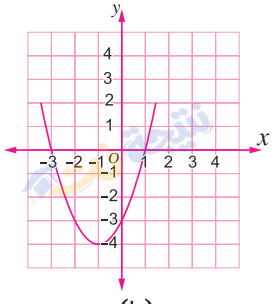
6. Si $-2$ est la coordonnée $x$ du sommet de la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = ax^2 + 12x + 7$, quelle est la valeur de $a$ ?

   (a) 3 (b) 2 (c) $-2$ (d) $-3$

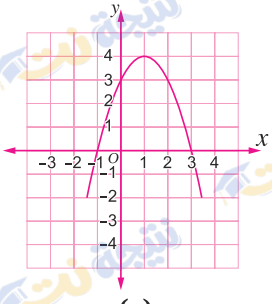
7. Quelle courbe représente la fonction $f$, où $f(x) = x^2 - 2x - 3$?



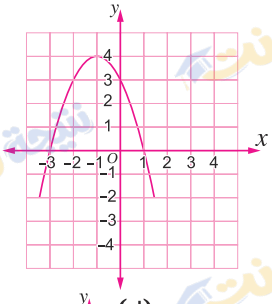
(a)



(b)

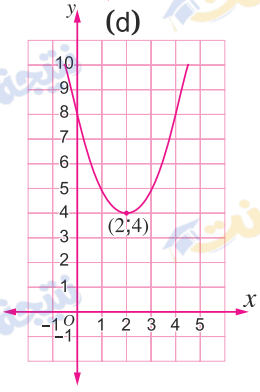


(c)



(d)

8. Si la courbe ci-contre représente la fonction quadratique $f$, quelle est la règle de la fonction $f$?




   (a) $f(x) = (x+2)^2 + 4$

   (b) $f(x) = (x+4)^2 + 2$

   (c) $f(x) = (x-2)^2 + 4$

   (d) $f(x) = (x-4)^2 + 2$



nezakr.natega4dk.net

## Deuxièmement Appliquer les concepts

⑨ Représente graphiquement chacun de ce qui suit, en indiquant sur le graphique l'axe de symétrie de la fonction $f$ et trouve la valeur maximale ou minimale de la fonction:

① $f(x) = x^2 - 4x + 7$

② $f(x) = x^2 - 3$

③ $f(x) = 2x - x^2$

④ $f(x) = 6 + 2x - x^2$

⑤ $f(x) = (x-1)^2 + 2$

⑥ $f(x) = (x+3)^2 - 1$

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

⑩ **Sports:** Un joueur de football a frappé un ballon dans les airs. La hauteur du ballon au-dessus du sol, $h$ en mètres, à tout instant $t$, en secondes, peut être trouvée en utilisant la fonction $h$, où: $h(t) = -(t-4)^2 + 16$

① Trace le graphique de la fonction pour $0 \leq t \leq 8$

② Utilise la représentation graphique pour trouver la hauteur maximale atteinte par le ballon et le temps nécessaire pour qu'il revienne au sol.






⑪ **Tir à l'arc:** Un archer veut tirer une flèche au-dessus d'une branche horizontale d'un arbre située à 15 mètres au-dessus du sol. La hauteur de la flèche au-dessus du sol $h$, en mètres, après $t$ secondes de son lancement, est donnée par la fonction $h$, où: $h(t) = -2t(t-6)$

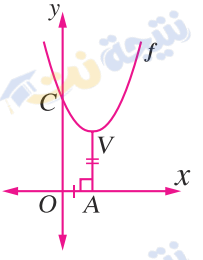
① Trace le graphique de la hauteur de la flèche pour $0 \leq t \leq 6$

② Utilise la représentation graphique pour trouver la hauteur maximale atteinte par la flèche. La flèche a-t-elle franchi la branche?

## Pensée créative

⑫ Dans la figure ci-contre:

La fonction $f$, où $f(x) = x^2 - 2x + k + 1$ est représentée graphiquement par une courbe dont le sommet est $V$. Si $OA = \frac{1}{2} VA$, trouve la valeur de $k$ et les coordonnées du point $C$.




⑬ Si $f$ est une fonction, où $f(x) = x^2 - 10x + k$ et le sommet de la courbe $V$ est situé à 13 unités de longueur de l'origine, quelles sont les valeurs possibles de $k$?

***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de la fonction quadratique?
Coche la case appropriée.



nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 2 - 2

# L'ensemble des zéros réels des fonctions polynômes

## Résultats d'apprentissage

- Trouver algébriquement l'ensemble des zéros réels des fonctions polynômes.
- Trouver l'ensemble des zéros réels des fonctions polynômes représentées graphiquement.
- Utiliser les zéros réels des fonctions polynômes pour résoudre certains problèmes de la vie.

## Vocabulaire

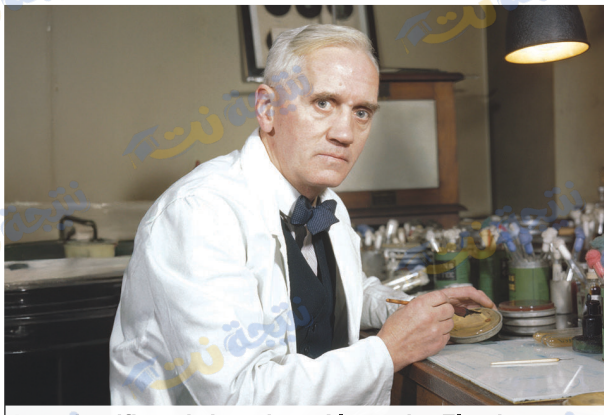
- Fonction
- Fonction polynôme
- Zéros de la fonction
- Solution de l'équation

## Réfléchis avec tes camarades

Chacune des fonctions suivantes est-elle une fonction polynôme ou non?

1. $f(x) = x^4$
2. $f(x) = 4^x$
3. $f(x) = \frac{1}{x}$
4. $f(x) = -2x^{-3}$

## Sois prêt!



Le scientifique britannique Alexander Fleming

Le scientifique britannique Alexander Fleming est considéré comme l'un des scientifiques les plus éminents de l'histoire de la médecine, car il a découvert le premier antibiotique, la pénicilline, en 1928.
L'efficacité des antibiotiques dépend du temps, car leur concentration dans le corps humain diminue au fil du temps après leur prise jusqu'à disparaître complètement.
On administre à un patient une dose d'un antibiotique et on exprime la quantité de médicament restant dans son corps, en milligrammes, après $t$ heures par la fonction $c$, où : $c(t) = 9 - \frac{1}{4}t^2$
Après combien d'heures l'effet de cet antibiotique disparaît-il complètement du corps du patient?

**Dans cette leçon, tu apprendras le concept de zéros réels des fonctions polynômes, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Si $f(x) = 5x^3 - 20x$, trouve $f(0)$ et $f(2)$, que remarques-tu?
Peux-tu trouver une autre valeur pour laquelle $f(x) = 0$? Discute.

## Apprends!

### La fonction polynôme

La fonction $f: R \longrightarrow R$ qui est de la forme:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

où $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$ sont des nombres réels, tous les exposants de la variable $x$ sont des entiers positifs, et $a_n \neq 0$ est appelée une fonction polynôme d'une seule variable, de degré $n$.

**Exemples de fonctions polynômes:**

- $f(x) = x^3 - \sqrt{2}x + 1$: un polynôme du troisième degré (une fonction cubique).
- $f(x) = 2x - x^2$: un polynôme du deuxième degré (une fonction quadratique).
- $f(x) = 9 - 4x$: un polynôme du premier degré (une fonction linéaire).
- $f(x) = 7$: un polynôme de degré zéro (une fonction constante).
- $f(x) = 0$: un polynôme nul et il n'a pas de degré.



nezakr.natega4dk.net

## L'ensemble des zéros réels d'une fonction polynôme

Les zéros réels d'une fonction sont les valeurs réelles de $x$ qui rendent $f(x)$ est égale à zéro.

C'est à dire que: l'ensemble des zéros réels de la fonction $f$ est $\{x : f(x) = 0 \; ; \; x \in R\}$.

Par exemple: Si $f(x) = (x-5)^2$, alors **5** est un zéro de la fonction $f$ car: $f(5) = (5-5)^2 = 0$

Pour touver les zéros réels de la fonction $f$, nous résolvons l'équation: $f(x) = 0$

### Exemple 1

Trouve l'ensemble des zéros réels de chacun de ce qui suit:

1. $f(x) = 3x - 6$
2. $p(x) = x^2 - 25$
3. $g(x) = x^2 - x - 12$
4. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$
5. $p(x) = 3x^2 + 12$
6. $g(x) = 27x^3 + 125$

1) En posant: $3x - 6 = 0$

$\therefore x = \frac{6}{3} = 2$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $f = \{2\}$

2) En posant: $x^2 - 25 = 0$

$\therefore x^2 = 25 \quad \therefore x = \pm 5$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $p = \{-5 \; ; \; 5\}$

3) En posant: $x^2 - x - 12 = 0$

$\therefore (x+3)(x-4) = 0$

$\therefore x = -3$ ou $x = 4$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $g = \{-3 \; ; \; 4\}$

4) En posant:

$x^3 + 2x^2 - 15x = 0$

$\therefore x(x^2 + 2x - 15) = 0$

$\therefore x(x+5)(x-3) = 0$

$\therefore x = 0$ ou $x = -5$ ou $x = 3$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $f = \{0 \; ; -5 \; ; \; 3\}$

5) En posant: $3x^2 + 12 = 0$

$\therefore 3x^2 = -12$

$\therefore x^2 = -4$

$\therefore x = \pm\sqrt{-4}$

il n'y a aucune racine réelle

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $p$ est $\varnothing$

6) En posant: $27x^3 + 125 = 0$

$\therefore x^3 = \frac{-125}{27}$

$\therefore x = \sqrt[3]{\frac{-125}{27}} = \frac{-5}{3}$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $g = \left\{\frac{-5}{3}\right\}$

### ■ Remarque que

Si $f$ est une fonction polynôme et $a$ est un nombre réel où $f(a) = 0$, alors:

- $a$ est l'un des zéros de la fonction polynôme $f$.
- $x = a$ est l'une des solutions de l'équation $f(x) = 0$
- $(x - a)$ est l'un des facteurs de $f(x)$

### ■ Auto-évaluation (1)

Trouve l'ensemble des zéros réels de chacun de ce qui suit:

1. $p(x) = 5x - 10$
2. $g(x) = 2x^2 - 18$
3. $f(x) = x^3 - 8$
4. $g(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$

### ■ Remarque que

- Si $f$ où $f(x) = a$, où $a$ est un nombre réel non nul (une fonction polynôme constante), alors l'ensemble des zéros de la fonction $f$ est $\varnothing$.
- Si $f$ où $f(x) = 0$ (une fonction polynôme nulle) , alors l'ensemble des zéros de la fonction $f$ est $R$



nezakr.natega4dk.net

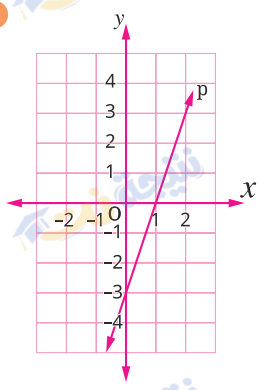
## Détermination des zéros réels d'une fonction polynôme représentée graphiquement

Si la courbe d'une fonction polynôme $f$ coupe l'axe des $X$ au point $(a\ ;\ 0)$, alors $a$ est un zéro de la fonction $f$.

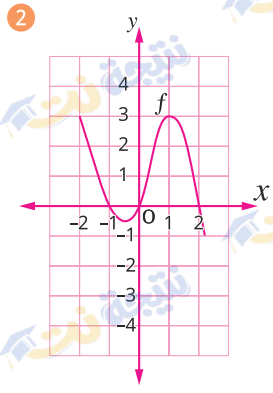
**Exemple 2**

Trouve l'ensemble des zéros réels de chacune des fonctions représentées par les courbes suivantes:

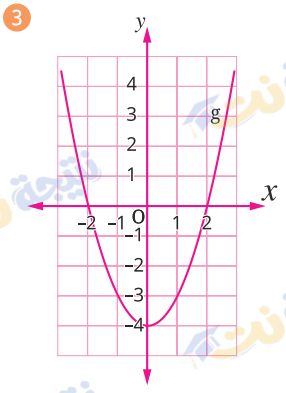
1




2




3




(1) ∵ La courbe de la fonction $p$ coupe l'axe des $X$ en $X = 1$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $p$ est $\{1\}$.

(2) ∵ La courbe de la fonction $f$ coupe l'axe des $X$ en:

$X = -1$ , $X = 0$ et $X = 2$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $f$ est $\{-1\ ;\ 0\ ;\ 2\}$.

(3) ∵ La courbe de la fonction $g$ coupe l'axe des $X$ en:

$X = -2$ et $X = 2$

∴ L'ensemble des zéros de la fonction $g$ est $\{-2\ ;\ 2\}$.

**Exemple 3**

Si $-3$ est l'un des zéros de la fonction polynôme $f$, où: $f(X) = 2X^2 + bX + 3$, trouve la valeur de $b$ , puis trouve $f(4)$.

∵ $-3$ est l'un des zéros de la fonction $f$, où: $f(X) = 2X^2 + bX + 3$

∴ $f(-3) = 0$

∴ $2(-3)^2 + b(-3) + 3 = 0$

∴ $-3b = -21$ ∴ $b = 7$

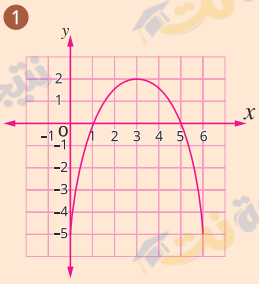
∴ $f(X) = 2X^2 + 7X + 3$

∴ $f(4) = 2(4)^2 + 7(4) + 3 = 63$

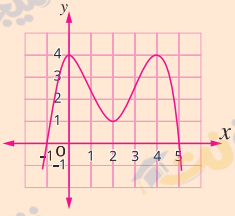
### ■ Auto-évaluation (2)

Trouve l'ensemble des zéros réels de chacune des deux fonctions représentées par les courbes suivantes:

1




2




### ■ Remarque que

Le nombre de zéros réels distincts d'une fonction polynômes est égal au nombre de points d'intersection de la courbe représentative de la fonction avec l'axe des $X$.

### ■ Auto-évaluation (3)

Si $0$ et $4$ sont les zéros de la fonction polynômes $f$, où: $f(X) = X^2 + aX + b$, trouve la valeur de chacun de $a$ et $b$, puis trouve: $f(-2)$



nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1) Quel est l'ensemble des zéros de la fonction $f$, où $f(x) = -3x$?

(a) $\{3\}$ (b) $\{-3\}$

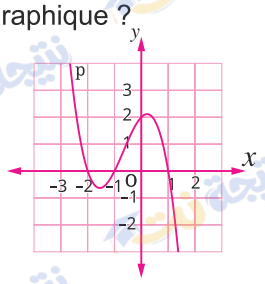
(c) $\{0\}$ (d) $R - \{0\}$

2) Quel est l'ensemble des zéros réels de la fonction $p$, où $p(x) = x^2 + 25$?

(a) $\{5\}$ (b) $\{5 ; -5\}$

(c) $\{0\}$ (d) $\varnothing$

3) Quels sont les zéros réels de la fonction $p$ représentée sur le graphique ?




(a) 2 ; 0

(b) – 1 ; 0 ; 1

(c) – 2 ; 2 ; 1

(d) – 2 ; – 1 ; 1

4) Laquelle de ce qui suit a pour ensemble des zéros $\{-2 ; 0\}$?

(a) $f(x) = x^2 - 2x$

(b) $f(x) = x^3 + 8$

(c) $f(x) = x^2 + 2x$

(d) $f(x) = x^2 - 4$

5) Quel est l'ensemble des zéros de la fonction $g$, où $g(x) = 3$?

(a) $\{3\}$ (b) $\{0\}$

(c) $\varnothing$ (d) $R$

6) Si $(x + 3)$ est l'un des facteurs de $p(x)$, lequel de ce qui suit est correct ?

(a) $p(0) = 3$ (b) $p(0) = -3$

(c) $p(3) = 0$ (d) $p(-3) = 0$

7) Si 1 est l'un des zéros de la fonction $p$, lequel de ce qui suit est correct?

(a) $p(0) = 1$ (b) $p(0) = -1$

(c) $p(1) = 0$ (d) $p(-1) = 0$

8) Si $\{-3 ; 3\}$ est l'ensemble des zéros de la fonction $f$, où $f(x) = x^2 + k$, quelle est la valeur de $k$?

(a) $\pm 3$ (b) 9

(c) $-9$ (d) $\pm 9$

**Deuxièmement** **Appliquer les concepts**



9) **Trouve l'ensemble des zéros réels de chacun de ce qui suit:**

① $f(x) = 2x - 16$

② $f(x) = x^2 - 36$

③ $g(x) = 4x^2 + 9$

④ $p(x) = x$

⑤ $p(x) = x^3 - x$

⑥ $p(x) = x^2 - 3x + 2$

⑦ $p(x) = 3x^2 - 12x$

⑧ $p(x) = x^3 + 64$

⑨ $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$

10) Si $-2$ est l'un des zéros de la fonction $f$, où $f(x) = x^2 + bx - 14$, trouve la valeur de $b$.



nezakr.natega4dk.net

(11) Si – 7 est l'un des zéros de la fonction $p$ , où $p(x) = 2x^2 + 6x + c$ , trouve la valeur de $c$ et l'ensemble des zéros de $p$.

(12) Si 3 est l'un des zéros de la fonction $g$ , où $g(x) = x^2 - (k-5)x - 5k$ , trouve la valeur de $k$ , puis trouve l'ensemble des zéros de $g$.

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines



Le tourisme est considéré comme l'un des principaux piliers de l'économie en Égypte et il constitue une importante source de devises étrangères.

(13) **Tourisme:** Si le nombre de vues quotidiennes d'un court-métrage faisant la promotion du tourisme en Égypte suit la fonction:

$p(t) = -3t^2 + 18t + 165$

où $t$ représente le nombre de jours écoulés depuis la publication du film, quel jour le nombre de vues atteindra-t-il zéro?

## Pensée créative

(14) **Trouve l'ensemble des zéros réels de chacun de ce qui suit:**

① $f(x) = x^3 - 5x^2 - 4x + 20$

② $p(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$

③ $g(x) = x^2 - 2x - 6$

***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de l'ensemble des zéros réels des fonctions polynômes? Coche la case appropriée.



nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 2 - 3

# Les fonctions algébriques rationnelles

## Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept d'une fonction algébrique rationnelle.
- Connaître l'ensemble de définition d'une fonction algébrique rationnelle.
- Simplifier la fraction algébrique rationnelle à la forme la plus simple.
- Connaître l'ensemble des zéros d'une fonction algébrique rationnelle.
- Utiliser les fonctions algébriques rationnelles pour résoudre certains problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- Fraction algébrique rationnelle
- Fonction algébrique rationnelle
- Ensemble de définition
- Zéros d'une fonction

## Remarque que

La fraction algébrique, en général, peut contenir des radicaux,
des exposants fractionnaires ou des polynômes dans son numérateur et son dénominateur, mais
la fraction algébrique rationnelle contient des polynômes seulement dans son numérateur et son dénominateur.

## Sois prêt!



La route d'Al-Galala

La route d'Al-Galala en Égypte est considérée comme l'une des prouesses d'ingénierie qui ont émerveillé le monde. Elle a été creusée entre les montagnes et les rochers sur une longueur de 82 kilomètres. La route commence après la fin de la route de Katameya et s'étend jusqu'à Zaafarana. Une voiture parcourt une distance de $(x^2 + 8x + 12)$ kilomètres en $(x^2 - x - 6)$ heures.
Trouve la vitesse de la voiture sous la forme la plus simple, sachant que:
la vitesse = la distance ÷ le temps

**Dans cette leçon, tu apprendras les fonctions algébriques rationnelles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Quelles sont les valeurs de $x$ qui rendent la fonction $f$ non définie, où:
$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$ ?

Hassan, Hanan et Amgad ont répondu à la question précédente et leurs réponses étaient comme suit:

| Hassan | Hanan | Amgad |
|---|---|---|
| $f$ n'est pas définie en $x = 9$ | $f$ n'est pas définie en $x = \pm 3$ | $f$ est définie pour toutes les valeurs réelles de $x$ |

Lequel d'entre eux a donné la bonne réponse? Discute.

## Apprends!

### Les fractions algébriques rationnelles

La fraction algébrique rationnelle est un quotient de deux polynômes et elle est définie pour tous les nombres réels sauf les zéros du dénominateur.
C'est-à-dire que, si $p(x)$ et $q(x)$ sont des polynômes, alors:
$\frac{p(x)}{q(x)}$ est appelée une fraction algébrique rationnelle, où $q(x) \neq 0$

Par exemple:
$\frac{x^2 - 1}{x + 2}$ est une fraction algébrique rationnelle définie pour tous nombres réels sauf pour $x = -2$



nezakr.natega4dk.net

### ■ Auto-évaluation (1)

Trouve l'ensemble des valeurs de $x$ qui rendent la fraction algébrique rationnelle non définie dans chacun de ce qui suit:

(1) $\frac{2x-6}{x-3}$ (2) $\frac{x^2+x}{x^2-x-2}$

### ■ La vérification de la validité de la solution

Tu peux vérifier la validité de la solution dans la partie (1) comme suit:

En substituant la valeur de $x=1$:

$$\therefore \frac{x-3}{x^2-3x+2} = \frac{1-3}{1^2-3(1)+2} = \frac{-2}{0} \text{ (non définie)}$$

Vérifie toi-même en substituant la valeur de $x=2$

### ■ Discute

Les fonctions polynômes sont-elles considérées comme des fonctions algébriques rationnelles?

### ■ Auto-évaluation (2)

Détermine l'ensemble de définition de la fonction $r$, où:

$r(x)=\frac{2x+1}{x^2-4x-5}$

, puis trouve, si possible:

$r(-1)$ , $r(0)$ , $r(5)$

**Exemple (1)**

Trouve l'ensemble des valeurs de $x$ qui rendent la fraction algébrique rationnelle non définie dans chacun de ce qui suit:

(1) $\frac{x-3}{x^2-3x+2}$ (2) $\frac{x+4}{x^2+16}$

(1) En posant: $x^2-3x+2=0$

$\therefore (x-2)(x-1)=0$

$\therefore x-2=0$ ou $x-1=0$

$\therefore x=2$ | $x=1$

$\therefore$ L'ensemble des zéros du dénominateur $=\{1;2\}$

$\therefore$ La fraction n'est pas définie lorsque $x\in\{1;2\}$

(2) En posant: $x^2+16=0$

$\therefore x^2=-16$

$\therefore x=\pm\sqrt{-16}\notin R$

$\therefore$ L'ensemble des zéros du dénominateur $=\varnothing$

$\therefore$ L'ensemble des valeurs de $x$ qui rendent la fraction non définie $=\varnothing$

## Les fonctions algébriques rationnelles

Si $\frac{p(x)}{q(x)}$ est une fraction algébrique rationnelle, alors:

La fonction $f$, où: $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ est une fonction algébrique rationnelle dont l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres réels $R$, sauf l'ensemble des zéros du dénominateur. l'ensemble de définition de la fonction $f$ est noté par le symbole $D_f$

C'est à dire que: $D_f=R-\{x : q(x)=0\}$

**Exemple (2)**

Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions algébriques rationnelles suivantes:

(1) La fonction $f$, où: $f(x)=\frac{x^2-25}{x-5}$, puis trouve, si possible: $f(5)$ et $f(-5)$

(2) La fonction $g$, où: $g(x)=\frac{x^2-2x}{x^2+x-6}$, puis trouve, si possible: $g(-3)$ et $g(0)$

(1) En posant: $x-5=0$

$\therefore x=5$

$\therefore$ L'ensemble des zéros du dénominateur $=\{5\}$

$\therefore D_f=R-\{5\}$

$\therefore f(5)$ n'est pas définie car $5\notin D_f$

$\because -5\in D_f$ $\quad\therefore f(-5)=\frac{(-5)^2-25}{(-5)-5}=\frac{0}{-10}=0$



nezakr.natega4dk.net

■ **Discute**

Quel est l'ensemble de définition de la fonction algébrique rationnelle si l'ensemble des zéros du dénominateur est égal à ∅?

② En posant: $x^2 + x - 6 = 0$

$\therefore (x-2)(x+3) = 0$

$\therefore x - 2 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$\therefore x = 2$ | $x = -3$

$\therefore$ L'ensemble des zéros du dénominateur $= \{-3 ; 2\}$

$\therefore D_g = R - \{-3 ; 2\}$

$\therefore g(-3)$ n'est pas définie car $-3 \notin D_g$

$\because 0 \in D_g$ $\quad \therefore g(0) = \dfrac{(0)^2 - 2(0)}{(0)^2 + (0) - 6} = 0$

## Simplification des fonctions algébriques rationnelles

Une fonction algébrique rationnelle peut être simplifiée en supprimant les facteurs communs au numérateur et au dénominateur, tout en conservant son ensemble de définition avant la suppression.

■ **Auto-évaluation** ③

Écris la fonction $f$ sous la forme la plus simple, où:

$f(x) = \dfrac{x^3 - 64}{x^2 - 3x - 4}$,

en précisant son ensemble de définition, puis trouve, si possible:

$f(4)$ , $f(-1)$ et $f(0)$

**Exemple 3**

Écris la fonction $f$ sous la forme la plus simple, où: $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 5x + 6}$,

en précisant son ensemble de définition, puis trouve, si possible:

$f(1)$ , $f(2)$ et $f(3)$

– Factorise chacun du numérateur et du dénominateur:

$f(x) = \dfrac{(x-3)(x+5)}{(x-2)(x-3)}$

– Trouve l'ensemble des zéros du dénominateur en posant le dénominateur égal à zéro.

$\because (x-2)(x-3) = 0$

$\therefore x - 2 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$\therefore x = 2$ | $x = 3$

$\therefore$ L'ensemble des zéros du dénominateur $= \{2 ; 3\}$

– Trouve l'ensemble de définition de la fonction $f$

$D_f = R - \{2 ; 3\}$

– Supprime les facteurs communs au numérateur et au dénominateur pour simplifier la fonction $f$

$\because f(x) = \dfrac{(x-3)(x+5)}{(x-2)(x-3)}$ $\quad \therefore \boxed{f(x) = \dfrac{x+5}{x-2}}$

$\therefore f(1) = \dfrac{1+5}{1-2} = -6$

$\because 2 \notin D_f$ et $3 \notin D_f$

$\therefore$ Il n'est pas possible de déterminer les valeurs de $f(2)$ et $f(3)$ en utilisant la fonction $f$



nezakr.natega4dk.net

## Les zéros de la fonction algébrique rationnelle

Si $f$ est une fonction algébrique rationnelle, où : $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$,
alors l'ensemble des zéros de la fonction $f$ est l'ensemble des zéros du numérateur $p(x)$ privé de l'ensemble des zéros du dénominateur $q(x)$
C'est-à-dire que: l'ensemble des zéros de la fonction $f=\{x : p(x)=0 ; q(x)\neq 0\}$

**Exemple 4**

Trouve l'ensemble des zéros de la fonction $f$, où: $f(x)=\frac{x^2-7x+12}{x^2-x-6}$

$\because f(x)=\frac{x^2-7x+12}{x^2-x-6}$ $\quad\therefore f(x)=\frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+2)}$

$\therefore$ L'ensemble des zéros du numérateur $=\{3 ; 4\}$

L'ensemble des zéros du dénominateur $=\{3 ; -2\}$

$\therefore$ L'ensemble des zéros de la fonction $f$ est:

$\{3 ; 4\}-\{3 ; -2\}=\{4\}$

**Vérifie la validité de la solution**

Substitue la valeur $x=4$ dans:

$f(x)=\frac{x^2-7x+12}{x^2-x-6}$

Tu trouves que:

$f(4)=0$

**Exemple 5**

1. Si $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$, trouve l'ensemble de solution de l'équation: $f(x)=5$ dans $R$
2. Si $g(x)=\frac{x^2+2x-3}{x-1}$, trouve l'ensemble de solution de l'équation: $g(x)=4$ dans $R$

1) $\because f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$

$\therefore f(x)=\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}}$

$\therefore D_f=R-\{2\}$

$\therefore f(x)=x+2$

$\because f(x)=5$

$\therefore x+2=5$

$\therefore x=5-2=3\in D_f$

$\therefore$ L'ensemble de solution $=\{3\}$

2) $\because g(x)=\frac{x^2+2x-3}{x-1}$

$\therefore g(x)=\frac{(x+3)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}}$

$\therefore D_g=R-\{1\}$

$\therefore g(x)=x+3$

$\because g(x)=4$

$\therefore x+3=4$

$\therefore x=4-3=1\notin D_g$

$\therefore$ L'ensemble de solution $=\varnothing$

**Rappelle-toi que**

L'ensemble des zéros de la fonction $f$ est constitué des valeurs de $x$ qui rendent $f(x)=0$

**Auto-évaluation 4**

Trouve l'ensemble des zéros de la fonction $f$, où:

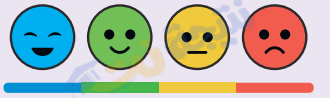
$f(x)=\frac{x^3+x^2-2x}{x^3+2x^2}$

**Auto-évaluation 5**

1. Si $f(x)=\frac{x^2-3x}{x-3}$, trouve l'ensemble de solution de l'équation: $f(x)=3$ dans $R$
2. Si $g(x)=\frac{x^2+2x-8}{x^2+4x}$, trouve l'ensemble de solution de l'équation: $g(x)=-1$ dans $R$


nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Laquelle des valeurs suivantes rend la fraction algébrique $\frac{x-1}{x+2}$ non définie?

(a) 1 (b) 2 (c) $-1$ (d) $-2$

② Laquelle des valeurs suivantes rend la fonction $f$, où $f(x)=\frac{x+3}{x-2}$, égale à zéro?

(a) $-3$ (b) 3 (c) $-2$ (d) 2

③ Quel est l'ensemble de définition de la fonction $g$, où $g(x)=\frac{x^2-x-2}{x^2+4}$?

(a) $R-\{2\}$ (b) $R-\{-2\}$

(c) $R-\{-4\}$ (d) $R$

④ Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f$, où $f(x)=\frac{x^2-25}{7}$?

(a) $R$ (b) $\{7\}$

(c) $R-\{7\}$ (d) $\{-5\ ;\ 5\}$

⑤ Quel est l'ensemble des zéros de la fonction $f$, où $f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2+2x}$?

(a) $\{0\}$ (b) $\{2\}$ (c) $\{-2\}$ (d) $\{2\ ;\ 0\}$

⑥ Si l'ensemble de définition de la fonction $f$, où $f(x)=\frac{2x}{x-a}$, est égal à $R-\{-2\}$, quelle est la valeur de $a$?

(a) 1 (b) $-1$ (c) 2 (d) $-2$

⑦ Si l'ensemble des zéros de la fonction $f$, où $f(x)=\frac{x^2-x+a}{x+2}$ est $\{3\}$, quelle est la valeur de $a$?

(a) $-6$ (b) $-2$ (c) 3 (d) 6

▸ **Découvre l'erreur:**

⑧ Amal et Magdy ont chacun simplifié la fonction $f$ à la forme la plus simple, où: $f(x)=\frac{4x+12}{x^2-x-12}$ et ont déterminé son ensemble de définition.

Laquelle des deux solutions est correcte? Et pourquoi?

**La solution d'Amal:**

$\because f(x)=\frac{4x+12}{x^2-x-12}$

$\therefore f(x)=\frac{4(x+3)}{(x+3)(x-4)}$

$\therefore D_f=R-\{-3\ ;\ 4\}$

$\therefore f(x)=\frac{4}{x-4}$

**La solution de Magdy:**

$\because f(x)=\frac{4x+12}{x^2-x-12}$

$\therefore f(x)=\frac{4(x+3)}{(x+3)(x-4)}$

$\therefore f(x)=\frac{4}{x-4}$

$\therefore D_f=R-\{4\}$

**Deuxièmement** **Appliquer les concepts**



⑨ **Trouve la fonction $f$ sous la forme la plus simple, en précisant son ensemble de définition, dans chacun de ce qui suit:**

① $f(x)=\frac{2x-5}{5-2x}$

② $f(x)=\frac{x-4}{x^2-16}$

③ $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{3x-3}$

④ $f(x)=\frac{6x+12}{2x^2+7x+6}$

⑤ $f(x)=\frac{16+16x+3x^2}{x^2-3x-28}$

⑥ $f(x)=\frac{4x^2-8x-5}{15-x-2x^2}$



nezakr.natega4dk.net

⑩ **Trouve l'ensemble des zéros de la fonction $f$ dans chacun de ce qui suit:**

① $f(x)=\dfrac{x+2}{x-2}$ ② $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x+3}$

③ $f(x)=\dfrac{2x-6}{x^2-x-6}$ ④ $f(x)=\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+x-6}$

⑤ $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}$ ⑥ $f(x)=\dfrac{4x^2-4x-3}{9-3x-2x^2}$

⑪ Si l'ensemble de définition de la fonction $f$, où: $f(x)=\dfrac{x+6}{x^2-ax+36}$ est $R-\{6\}$, trouve la valeur de $a$

⑫ Si $f(x)=\dfrac{x+a}{x-b}$, $f(2)$ n'est pas définie et $f(5)=2$, trouve la valeur de chacun de $a$ et $b$

⑬ Si $f(x)=\dfrac{2x^2+7x-15}{2x-3}$, trouve l'ensemble de solution de l'équation: $f(x)=10$ dans $R$

⑭ Si $g(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$, trouve l'ensemble de solution de l'équation: $g(x)=-1$, où $x\in R$

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

⑮ **Agriculture:** Dans la figure ci-contre, deux parterres de fleurs de forme rectangulaire ont la même aire.
Exprime $k$ en fonction de $x$ et écris-la sous la forme la plus simple, puis trouve:

① la valeur de $k$ lorsque $x=2$

② la valeur de $x$ lorsque $k=4$




## Pensée créative

⑯ **Question ouverte:** Écris une fonction algébrique rationnelle dont l'ensemble de définition est $R-\{4;-2\}$

⑰ Si le volume de la boîte $A$ est $(x^3-2x^2-3x)$ unités cubes et le volume de la boîte $B$ est $(x^3+2x^2-15x)$ unités cubes, quel est le rapport du volume de la boîte $A$ au volume de la boîte $B$ sous la forme la plus simple?
Le rapport entre leurs volumes peut-il être $\frac{1}{2}$?

***Évalue ta compréhension!***

Quel est ton niveau de compréhension des fonctions algébriques rationnelles? Coche la case appropriée.


nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 2 - 4

# L'ensemble de définition commun et l'égalité des fonctions algébriques rationnelles

## ■ Résultats d'apprentissage

- Trouver l'ensemble de définition commun de deux fonctions algébriques rationnelles ou plus.
- Connaître les conditions d'égalité des fonctions algébriques rationnelles.

## Sois prêt!

Si la moyenne d'âge des élèves d'une école de filles est égale à $\left(\frac{x^2-5x}{x^2-8x+15}\right)$ ans et si la moyenne d'âge des élèves d'une école de garçons est égale à $\left(\frac{x^2-x}{x^2-4x+3}\right)$ ans, les deux écoles ont-elles la même moyenne d'âge pour toutes les valeurs de $x$?



**Dans cette leçon, tu apprendras le concept d'ensemble de définition commun des fonctions algébriques rationnelles et les conditions d'égalité des fonctions algébriques rationnelles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## ■ Vocabulaire

- L'ensemble de définition commun
- Les fonctions égales

## Réfléchis et discute!

Si $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ et $g(x)=x+2$ ,est-ce-que $f(2)=g(2)$? Et pourquoi?

## ■ Discute

Si $f$ et $g$ sont deux fonctions algébriques rationnelles , l'ensemble de définition de $f=R-\{1;2\}$ et l'ensemble de définition de $g=R-\{2;3\}$ laquelle des affirmations suivantes est correcte:

1. l'ensemble de définition commun $=R-\{2\}$
2. l'ensemble de définition commun $=R-\{1;2;3\}$

## Apprends!

### l'ensemble de définition commun des fonctions algébriques rationnelles

L'ensemble de définition commun de deux fonctions est l'intersection de leurs deux ensembles de définition, c'est-à-dire, l'ensemble des valeurs pour lesquelles les deux fonctions sont définies simultanément.

Pour deux fonctions algébriques rationnelles $f$ et $g$ , si:

L'ensemble de définition de $f$ est $R-Z_1$, où $Z_1$ est l'ensemble des zéros du dénominateur de $f(x)$ et l'ensemble de définition de $g$ est $R-Z_2$, où $Z_2$ est l'ensemble des zéros du dénominateur de $g(x)$, alors l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g=D_f\cap D_g=R-(Z_1\cup Z_2)$

**C'est-à-dire que**

L'ensemble de définition commun de deux fonctions algébriques rationnelles est égal à tous les nombres réels sauf l'ensemble des zéros des deux dénominateurs.



nezakr.natega4dk.net

**Auto-évaluation (1)**

Trouve l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g$, où:

$$f(x)=\frac{x^2+7x}{x^2-49} \text{ et}$$

$$g(x)=\frac{x-7}{x^2-10x+21}$$

**Exemple 1**

Trouve l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g$, où:

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x^2-x-6} \text{ et } g(x)=\frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$$

En posant $x^2-x-6=0$

$\therefore (x-3)(x+2)=0$

$\therefore x-3=0$ ou $x+2=0$

$\therefore x=3$ | $x=-2$

$\therefore D_f=R-\{-2;3\}$

En posant $x^2-5x+6=0$

$\therefore (x-2)(x-3)=0$

$\therefore x-2=0$ ou $x-3=0$

$\therefore x=2$ | $x=3$

$\therefore D_g=R-\{2;3\}$

$\therefore$ l'ensemble de définition commun $=R-\{-2;2;3\}$

**Auto-évaluation (2)**

Trouve l'ensemble de définition commun des fonctions $f$, $g$ et $p$, où:

$$f(x)=\frac{x+4}{2},$$

$$g(x)=\frac{2}{x^2-4} \text{ et}$$

$$p(x)=\frac{7x}{x^2-2x}$$

**Exemple 2**

Trouve l'ensemble de définition commun des fonctions $f$, $g$ et $p$, où:

$$f(x)=\frac{x^3+1}{x^2-1},\ g(x)=\frac{5}{x^2+4} \text{ et } p(x)=\frac{2x^2-7x+6}{2x+3}$$

En posant $x^2-1=0$

$\therefore (x-1)(x+1)=0$

$\therefore x-1=0$ ou $x+1=0$

$\therefore x=1$ | $x=-1$

$\therefore D_f=R-\{-1;1\}$

En posant $x^2+4=0$

$\therefore x^2=-4$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{-4}\notin R$

$\therefore D_g=R$

En posant $2x+3=0$

$\therefore 2x=-3$ $\quad\therefore x=\frac{-3}{2}$

$\therefore D_p=R-\left\{\frac{-3}{2}\right\}$

$\therefore$ l'ensemble de définition commun des fonctions $f$, $g$ et $p=R-\left\{\frac{-3}{2};-1;1\right\}$



nezakr.natega4dk.net

## L'égalité des fonctions algébriques rationnelles

**Deux fonctions algébriques rationnelles sont égales si les deux conditions suivantes sont satisfaites simultanément:**

1. Les ensembles de définition sont identiques, c'est-à-dire que les deux fonctions ont exactement le même ensemble de définition.
2. Les règles sont équivalentes, c'est-à-dire que lorsque les deux règles sont simplifiées sous leur forme la plus simple, elles deviennent identiques.

**C'est-à-dire que**

Pour deux fonctions algébriques rationnelles $f$ et $g$, $\boxed{f=g}$, si les deux conditions sont satisfaites:

1. $D_f = D_g$
2. $f(x)=g(x)$ pour tout $x \in (D_f \cap D_g)$

**Exemple 3**

Si $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ et $g(x)=\dfrac{4x}{4x-12}$, alors prouve que: $f=g$

$\because f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}=\dfrac{x(x-3)}{(x-3)(x-3)}$

$\therefore D_f=R-\{3\}$ et $f(x)=\dfrac{x}{x-3}$

$\because g(x)=\dfrac{4x}{4x-12}=\dfrac{4x}{4(x-3)}$ $\quad \therefore D_g=R-\{3\}$ et $g(x)=\dfrac{x}{x-3}$

$\therefore$ $\boxed{\text{Ensemble de définition de } f = \text{Ensemble de définition de } g}$ et

$\boxed{f(x)=g(x)}$ pour tout $x \in R-\{3\}$

$\therefore \boxed{f=g}$

**Exemple 4**

Si $f(x)=\dfrac{x}{x^2-2x}$ et $g(x)=\dfrac{x^2+2x+4}{x^3-8}$,

alors prouve que: $f(x)=g(x)$ pour tout $x$ appartenant à l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g$ et trouve cet ensemble de définition.

$\because f(x)=\dfrac{x}{x^2-2x}=\dfrac{x}{x(x-2)}$

$\therefore D_f=R-\{0;2\}$ et $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

$\because g(x)=\dfrac{x^2+2x+4}{x^3-8}=\dfrac{x^2+2x+4}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$\therefore D_g=R-\{2\}$ et $g(x)=\dfrac{1}{x-2}$

$\therefore$ l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g = R-\{0;2\}$

$\therefore f(x)=g(x)$ pour tout $x$ appartenant à l'ensemble de définition commun $R-\{0;2\}$

**Remarque que**

Ensemble de définition de $f \neq$ Ensemble de définition de $g$

**Auto-évaluation (3)**

Si $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+2x}$ et $g(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^3+2x^2}$,

alors prouve que: $f=g$

**Auto-évaluation (4)**

Si $f(x)=\dfrac{4}{4x-20}$ et $g(x)=\dfrac{x+5}{x^2-25}$,

alors prouve que: $f(x)=g(x)$ pour tout $x$ appartenant à l'ensemble de définition commun et trouve cet ensemble de définition.



nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Quel est l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g$, si $f(x)=\frac{3}{x+2}$ et $g(x)=\frac{-1}{x-2}$?

(a) $R-\{2\}$ (b) $R-\{-2\}$ (c) $R-\{-2\ ;\ 2\}$ (d) $R$

② Si $f(x)=\frac{x}{x(x-3)}$ et $g(x)=\frac{1}{x-3}$,

lequel des ensembles suivants représente l'ensemble des valeurs de $x$ pour lesquelles: $f(x)=g(x)$ ?

(a) $R-\{3\}$ (b) $R-\{0\}$ (c) $R-\{0\ ;\ 3\}$ (d) $R$

③ Si $f(x)=\frac{x}{x-k}$ et $g(x)=\frac{-2}{x+3}$ et l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g$ est $R-\{-3\}$, quelle est la valeur de $k$?

(a) 3 (b) $-3$ (c) 0 (d) $-2$

▸ **Découvre l'erreur:**

④ Doaa et Iman ont chacun répondu à la question suivante:

Si $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-4x-5}$ et $g(x)=\frac{x^2-x}{x^2-5x}$, est-ce-que $f=g$?

**La réponse de Doaa:**

$\because f(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-5)}$

$\therefore D_f=R-\{-1\ ;\ 5\}$ et $f(x)=\frac{x-1}{x-5}$

$\because g(x)=\frac{x(x-1)}{x(x-5)}$

$\therefore D_g=R-\{0\ ;\ 5\}$ et $g(x)=\frac{x-1}{x-5}$

$\because D_f\neq D_g$ et $f(x)=g(x)$

$\therefore f\neq g$

**La réponse d'Iman:**

$\because f(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-5)}$

$\therefore f(x)=\frac{x-1}{x-5}$

$\because g(x)=\frac{x(x-1)}{x(x-5)}$

$\therefore g(x)=\frac{x-1}{x-5}$

$\because f(x)=g(x)$

$\therefore f=g$

Laquelle d'entre elles a donné la bonne réponse? Discute.

**Deuxièmement** **Appliquer les concepts**



⑤ **Trouve l'ensemble de définition commun des deux fonctions $f$ et $g$ dans chacun de ce qui suit:**

① $f(x)=\frac{x+1}{x-3}$ et $g(x)=\frac{x-1}{x-2}$

② $f(x)=\frac{x^2-x-20}{x^2-3x-10}$ et $g(x)=\frac{x^2-3x-10}{x^2-x-6}$



nezakr.natega4dk.net

6 Trouve l'ensemble de définition commun des fonctions $f$ , $g$ et $k$ où:

$f(x)=\frac{x+2}{3}$ , $g(x)=\frac{3}{x^2-9}$ et $k(x)=\frac{5x}{x^2-3x}$

7 **Prouve que $f=g$ dans chacun de ce qui suit:**

① $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$ et $g(x)=\frac{3x}{3x^2-12}$

② $f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$ et $g(x)=\frac{x}{x-2}$

③ $f(x)=\frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$ et $g(x)=\frac{6x}{6x+12}$

8 **Dans chacun de ce qui suit, est-ce-que $f=g$? Et pourquoi?**

① $f(x)=\frac{x^2-5x+4}{x^2-16}$ et $g(x)=\frac{x^2+2x-3}{x^2+7x+12}$

② $f(x)=\frac{x^2-3x}{x^2-5x+6}$ et $g(x)=\frac{2x-6}{2x^2-10x+12}$

9 **Détermine les valeurs de $x$ qui rendent $f(x)=g(x)$ pour les deux fonctions $f$ et $g$ dans chacun de ce qui suit:**

① $f(x)=\frac{x-1}{x^2-1}$ et $g(x)=\frac{1}{x+1}$

② $f(x)=\frac{x+1}{x-3}$ et $g(x)=\frac{x^2+x}{x^2-3x}$

③ $f(x)=\frac{x+4}{x^2-16}$ et $g(x)=\frac{x+1}{x^2-3x-4}$

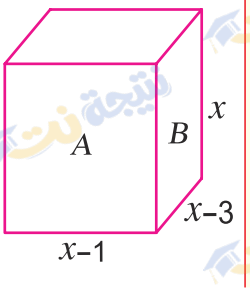
## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

10 **Proportion:**

Si $x$ , $x^2-3x$ , $x+3$ et $x^2-9$ sont quatre quantités proportionnelles, quel est l'ensemble des valeurs possibles de $x$?

## Pensée créative

11 **Dans la figure ci-contre:** Une boîte ayant la forme d'un Parallélépipède rectangle. Si la fonction $f$ est définie comme le rapport de l'aire de la face $A$ à l'aire latérale et la fonction $g$ est définie comme le rapport de l'aire de la face $B$ à l'aire latérale, alors écris chacune de $f(x)$ et $g(x)$, en précisant l'ensemble de définition de chacune des deux fonctions $f$ et $g$ et trouve l'ensemble de définition commun des deux fonctions.




**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension de l'ensemble de définition commun et de l'égalité des fonctions algébriques rationnelles?
Coche la case appropriée.



nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 2 - 5

# Les opérations sur les fractions algébriques rationnelles

## Résultats d'apprentissage

- Effectuer les opérations sur les fractions algébriques rationnelles.
- Connaître la notion de l'opposé et de l'inverse d'une fraction algébrique rationnelle.
- Connaître les propriétés des opérations sur les fractions algébriques rationnelles.

## Vocabulaire

- Les fractions algébriques rationnelles
- L'inverse de la fonction

## Information précédente

L'addition et la soustraction des nombres rationnels:

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont des nombres rationnels, alors:

1. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$

Par exemple:

$\frac{1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{5}{7}$

2. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a\,d}{b\,d} \pm \frac{c\,b}{b\,d} = \frac{a\,d \pm c\,b}{b\,d}$

Par exemple:

$\frac{3}{7} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} - \frac{1 \times 7}{7 \times 3} = \frac{9}{21} - \frac{7}{21} = \frac{2}{21}$

## Sois prêt!




Pour que Khaled obtienne la mention Excellent à l'examen des mathématiques en dernière année de ses études universitaires, la somme de ses notes doit être au moins égale à 8. Si ses notes à l'examen du premier semestre sont égales à $\frac{3x^2+16x+21}{x^2+5x+6}$ et ses notes du second semestre sont égales à $\frac{5x^2+34x+45}{x^2+7x+10}$, Khaled obtiendra-t-il la mention Excellent?

**Dans cette leçon, tu apprendras les opérations sur les fractions algébriques rationnelles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Sameh a écrit: Si $f(x) = \frac{x}{x+3} + \frac{3}{x+3}$, alors $f(x) = 1$ pour toutes les valeurs réelles de $x$. Ce que Sameh a écrit est-il correct? Pourquoi? Discute.

## Apprends!

### Premièrement L'addition et la soustraction des fractions algébriques rationnelles

Les opérations d'addition et de soustraction des fractions algébriques rationnelles sont analogues aux opérations d'addition et de soustraction des nombres rationnels, en suivant les étapes suivantes:

1. Factoriser le numérateur et le dénominateur de chaque fraction, puis simplifier chaque fraction, si possible.
2. Réduire les fractions au même dénominateur, puis effectuer l'opération d'addition ou de soustraction.
3. Mettre le résultat final sous la forme la plus simple.

Par exemple: En supposant que les fractions algébriques rationnelles suivantes sont définies, alors:

1. $\frac{2x-1}{x+1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{2x-1+x+3}{x+1} = \frac{3x+2}{x+1}$

2. $\frac{x^2-x}{x^2+2x-3} + \frac{3}{x+3} = \frac{x\,\cancel{(x-1)}}{(x+3)\,\cancel{(x-1)}} + \frac{3}{x+3} = \frac{x}{x+3} + \frac{3}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} = 1$

3. $\frac{2}{x} - \frac{2}{1+x} = \frac{2(1+x)}{x(1+x)} - \frac{2(x)}{x(1+x)} = \frac{2+2x-2x}{x(1+x)} = \frac{2}{x(1+x)}$



nezakr.natega4dk.net

## Exemple 1

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$, dans chacun de ce qui suit:

1 $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-x-6}+\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4x+3}$

2 $f(x)=\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}-\dfrac{3x+3}{x^2-x-2}$

**Remarque que**

L'ensemble de définition d'une fonction d'addition ou de soustraction de deux fractions algébriques est égal à tous les nombres réels en excluant les valeurs de $x$ qui rendent les dénominateurs des deux fractions égaux à zéro.

1 Factorise chaque fraction algébrique:

$$f(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)}+\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-3)}$$

Trouve l'ensemble de définition de $f$: $D_f=R-\{3;-2;1\}$

Simplifie chaque fraction algébrique et additionne-les, puis simplifie le résultat:

$$f(x)=\frac{x-2}{x-3}+\frac{x-4}{x-3}=\frac{2x-6}{x-3}=\frac{2(x-3)}{x-3}=2$$

2 Factorise chaque fraction algébrique:

$$f(x)=\frac{2(x-1)}{(x-1)(x-2)}-\frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

Trouve l'ensemble de définition de $f$: $D_f=R-\{1;2;-1\}$

Simplifie chaque fraction algébrique et soustrais-les:

$$f(x)=\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-2}=\frac{-1}{x-2}$$

## Exemple 2

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$, où: $f(x)=\dfrac{2x+4}{x^2-4}+\dfrac{3x+3}{x^2-1}$,

puis trouve $f(3)$ et $f(-1)$ si possible.

$$f(x)=\frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)}+\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$D_f=R-\{-2;2;-1;1\}$

$$f(x)=\frac{2}{x-2}+\frac{3}{x-1}=\frac{2(x-1)+3(x-2)}{(x-2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x-2+3x-6}{(x-2)(x-1)}=\frac{5x-8}{(x-2)(x-1)}$$

$$f(3)=\frac{5\times3-8}{(3-2)(3-1)}=3{,}5$$

$f(-1)$ n'est pas définie car $-1\notin D_f$

### Auto-évaluation 1

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ dans chacun de ce qui suit:

1 $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^2+5x}+\dfrac{x^2-5x+6}{x^2+2x-15}$

2 $f(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{x^2-4x-5}-\dfrac{x^2+3x}{x^2-5x}$

**Remarque que**

l'ensemble de définition de la fonction doit être déterminé avant la simplification.

### Auto-évaluation 2

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ où:

$f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+2x}-\dfrac{x+2}{x^2-4}$

Puis trouve: $f(4)$ et $f(-2)$

**Les propriétés de l'addition des fractions algébriques rationnelles**

1. La commutativité.
2. L'associativité.
3. Le zéro est l'élément neutre de l'addition.
4. L'existence de l'opposé.

**Remarque que**

La fraction algébrique rationnelle $\dfrac{p(x)}{q(x)}$ a un opposé de la forme:

$-\dfrac{p(x)}{q(x)}$ ou $\dfrac{-p(x)}{q(x)}$ ou $\dfrac{p(x)}{-q(x)}$



nezakr.natega4dk.net

## Deuxièmement La multiplication des fractions algébriques rationnelles

La multiplication des fractions algébriques rationnelles est exactement analogue à la multiplication des nombres rationnels, en suivant les étapes suivantes:

1. Factoriser complètement le numérateur et le dénominateur de chaque fraction, si possible.
2. Supprimer les facteurs communs entre le numérateur et le dénominateur de chaque fraction, ainsi qu'entre le numérateur d'une fraction et le dénominateur de l'autre fraction.
3. Effectuer l'opération de la multiplication et mettre le résultat final sous la forme la plus simple.

Par exemple: En supposant que les fractions algébriques rationnelles suivantes sont définies, alors:

1. $\frac{2x}{x-1} \times \frac{2x-2}{x^2+3x} = \frac{2x}{x-1} \times \frac{2(x-1)}{x(x+3)} = \frac{4}{x+3}$

2. $\frac{x^2-25}{x^2+5x} \times \frac{3x^2+18x}{x^2+x-30} = \frac{(x-5)(x+5)}{x(x+5)} \times \frac{3x(x+6)}{(x+6)(x-5)} = 3$

### Exemple 3

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$, dans chacun de ce qui suit:

1. $f(x) = \frac{x^2+x-20}{x-3} \times \frac{2x^2-6x}{x^2+3x-10}$

2. $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2+7x+12} \times \frac{x^2+6x+8}{4-x^2}$

**Remarque que**

L'ensemble de définition de la fonction du produit de deux fractions algébriques est égal à tous les nombres réels en excluant les valeurs de $x$ qui rendent les dénominateurs des deux fractions égaux à zéro.

✓ 1 Factorise chaque fraction algébrique:

$$f(x) = \frac{(x+5)(x-4)}{x-3} \times \frac{2x(x-3)}{(x+5)(x-2)}$$

Trouve l'ensemble de définition de $f$: $D_f = R - \{3 ; -5 ; 2\}$

Simplifie et effectue l'opération de la multiplication:

$$f(x) = \frac{2x(x-4)}{x-2}$$

2 Factorise chaque fraction algébrique:

$$f(x) = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x+4)} \times \frac{(x+4)(x+2)}{(2-x)(2+x)}$$

Trouve l'ensemble de définition de $f$: $D_f = R - \{-3 ; -4 ; 2 ; -2\}$

Simplifie et effectue l'opération de la multiplication, puis simplifie le résultat:

$$f(x) = \frac{x-2}{2-x} = \frac{x-2}{-(x-2)} = -1$$

**Remarque que**

$x+2 = 2+x$

$2-x = -(x-2)$

### Information précédente

Multiplication des nombres rationnels:

Si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels,

alors $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\,c}{b\,d}$

Par exemple:

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$

### Auto-évaluation 3

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$, dans chacun de ce qui suit:

1. $f(x) = \frac{x^2+3x}{x^2-3x-4} \times \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x-3}$

2. $f(x) = \frac{x^2+2x-15}{9-x^2} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2-7x+6}$

### Les propriétés de la multiplication des fractions algébriques rationnelles

1. La commutativité.
2. L'associativité.
3. Le nombre 1 est l'élément neutre de la multiplication.
4. L'existence de l'inverse pour toute fraction algébrique rationnelle non nulle.



nezakr.natega4dk.net

## L'inverse de la fonction algébrique rationnelle

Si $f(x)$ est une fonction algébrique rationnelle, alors l'inverse de la fonction algébrique rationnelle $g(x)$ est $g(x)=[f(x)]^{-1}=\dfrac{1}{f(x)}$

L'ensemble de définition de la fonction inverse est tous les nombres réels en excluant les valeurs de $x$ qui rendent le numérateur et le dénominateur de la fonction $f(x)$ égaux à zéro

Par exemple:

Si $f(x)=\dfrac{x-2}{x+3}$ est une fonction dont l'ensemble de définition est $R-\{-3\}$, alors l'inverse de la fonction est $g(x)$ où

$$g(x)=[f(x)]^{-1}=\frac{1}{f(x)}=\frac{x+3}{x-2}$$

et l'ensemble de définition de la fonction $g$ est $R-\{-3\,;2\}$

**Exemple 4**

Trouve, sous la forme la plus simple, $g(x)$, l'inverse de la fonction $f(x)$ où $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x-10}$, en précisant l'ensemble de définition de $g$, puis trouve $g(-2)$ Si $g(x)=\dfrac{1}{2}$, trouve la valeur de $x$

$$\because f(x)=\frac{x^2+x-2}{x^2-3x-10}=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+2)(x-5)}$$

$$\therefore g(x)=[f(x)]^{-1}=\frac{1}{f(x)}=\frac{(x+2)(x-5)}{(x-1)(x+2)}$$

$$\therefore D_g=R-\{1\,;-2\,;5\} \text{ et } g(x)=\frac{x-5}{x-1}$$

$g(-2)$ n'est pas définie car $-2\notin D_g$

En Posant $g(x)=\dfrac{1}{2}$

$$\therefore \frac{x-5}{x-1}=\frac{1}{2} \qquad \therefore 2x-10=x-1 \qquad \therefore x=9\in D_g$$

## Troisièmement La division des fractions algébriques rationnelles

La division des fractions algébriques rationnelles est exactement analogue à la division des nombres rationnels. C'est-à-dire que, la division de deux fractions se transforme en la multiplication de la première fraction par l'inverse de la deuxième fraction

Par exemple: En supposant que les fractions algébriques rationnelles suivantes sont définies et que la deuxième fraction est non nulle, alors:

1. $$\frac{3}{x}\div\frac{x-2}{x}=\frac{3}{x}\times\frac{x}{x-2}=\frac{3}{x-2}$$

2. $$\frac{x^2+12x+20}{x^2-3x-10}\div\frac{x^2+10x}{x-5}=\frac{(x+2)(x+10)}{(x+2)(x-5)}\div\frac{x(x+10)}{x-5}$$
$$=\frac{(x+2)(x+10)}{(x+2)(x-5)}\times\frac{x-5}{x(x+10)}=\frac{1}{x}$$

**Remarque que**

La fraction algébrique rationnelle $\dfrac{p(x)}{q(x)}$ a un inverse sous la forme: $\dfrac{q(x)}{p(x)}$ et cet inverse est défini pour tout $p(x)\neq 0$ et $q(x)\neq 0$

**Auto-évaluation (4)**

Trouve sous la forme la plus simple $g(x)$, l'inverse de la fonction $f(x)$ où: $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-5x+6}$, en précisant l'ensemble de définition de $g$, puis trouve $g(2)$

Si $g(x)=\dfrac{1}{3}$, trouve la valeur de $x$

**Information précédente**

La division de nombres rationnels:

Si $\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{c}{d}$ sont des nombres rationnels, alors:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

(où $\dfrac{c}{d}\neq 0$)

Par exemple:

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{5}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{10}$$



nezakr.natega4dk.net

## ■ Auto-évaluation ⑤

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ dans chacun de ce qui suit:

① $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4x-5}\div\dfrac{4-x^2}{x^2-3x-10}$

② $f(x)=\dfrac{x^3-27}{x^2+x-12}\div\dfrac{x^2+3x+9}{2x+8}$

## Exemple 5

Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ dans chacun de ce qui suit:

① $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{1-x^2}\div\dfrac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4}$

② $f(x)=\dfrac{2x^2+5x+2}{2x^2+3x-2}\div\dfrac{3x^2+13x+4}{2x^2+7x-4}$

① Factorise chaque fraction algébrique:

$$f(x)=\frac{(x+1)(x+1)}{(1-x)(1+x)}\div\frac{(x+1)(x+4)}{(x-1)(x+4)}$$

Trouve l'ensemble de définition de $f$ : $D_f=R-\{1\,;-1\,;-4\}$

Transforme la division en multiplication, en multipliant par l'inverse du diviseur:

$$f(x)=\frac{(x+1)(x+1)}{(1-x)(1+x)}\times\frac{(x-1)(x+4)}{(x+1)(x+4)}$$

Effectue l'opération de la multiplication, puis simplifie le résultat:

$$=\frac{x-1}{1-x}=\frac{x-1}{-(x-1)}=-1$$

② $f(x)=\dfrac{(2x+1)(x+2)}{(2x-1)(x+2)}\div\dfrac{(3x+1)(x+4)}{(2x-1)(x+4)}$

$D_f=R-\{\frac{1}{2}\,;-2\,;-4\,;\frac{-1}{3}\}$

$$f(x)=\frac{(2x+1)(x+2)}{(2x-1)(x+2)}\times\frac{(2x-1)(x+4)}{(3x+1)(x+4)}=\frac{2x+1}{3x+1}$$

## ■ Remarque que

L'ensemble de définition d'une fraction quotient de deux fractions algébriques est égal à tous les nombres réels en excluant les valeurs de $x$ qui rendent les dénominateurs des deux fractions égaux à zéro et les valeurs de $x$ qui rendent le numérateur de la fraction diviseuse égal à zéro.

# Évaluation de la leçon

**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① $\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{x}{x-2}=$ .....

(a) $-1$ (b) $\dfrac{2-x}{2(x-2)}$

(c) $\dfrac{x}{x-2}$ (d) $\dfrac{x+2}{x-2}$

② $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x+2}=$ .....

(a) $\dfrac{1}{(x-2)(x+2)}$ (b) $\dfrac{2}{(x-2)(x+2)}$

(c) $\dfrac{4}{(x-2)(x+2)}$ (d) $\dfrac{2x}{(x-2)(x+2)}$

③ Lequel de ce qui suit ne représente pas l'opposé de la fraction algébrique $\dfrac{x+2}{x-3}$ ?

(a) $-\dfrac{x+2}{x-3}$ (b) $\dfrac{x+2}{3-x}$

(c) $\dfrac{x-3}{x+2}$ (d) $\dfrac{-x-2}{x-3}$

④ Quel est l'ensemble de définition de l'inverse de la fonction $f$ où $f(x)=\dfrac{x-2}{x+3}$ ?

(a) $R-\{2\}$ (b) $R-\{-2\}$

(c) $R-\{2\,;-3\}$ (d) $R-\{-2\,;3\}$



nezakr.natega4dk.net

5 $\frac{x}{x-1} \times \frac{x^2-1}{x^2} =$ .....

(a) $\frac{x}{x-1}$ (b) $\frac{x-1}{x}$

(c) $\frac{x}{x+1}$ (d) $\frac{x+1}{x}$

6 Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f$ où $f(x) = \frac{x-2}{x+3} \div \frac{x}{x-5}$ ?

(a) $\mathbb{R} - \{-3\}$ (b) $\mathbb{R} - \{2 ; -3 ; 0 ; 5\}$

(c) $\mathbb{R} - \{2 ; -3 ; 5\}$ (d) $\mathbb{R} - \{-3 ; 5 ; 0\}$

7 Si $g(x)$ est l'inverse de la fonction $f$ où $f(x) = \frac{x-5}{x+7}$ et $g(k) = \frac{3}{2}$, quelle est la valeur de $k$ ?

(a) 2 (b) 3

(c) 29 (d) $-29$

8 Si $f(x) = \frac{4}{3x} + \frac{5}{3x}$, alors $[f(x)]^{-1} =$ .....

(a) $\frac{3}{x}$ (b) $\frac{x}{3}$

(c) $\frac{6}{x}$ (d) $\frac{x}{6}$

9 **Découvre l'erreur dans chacun de ce qui suit:**

$$\frac{x}{x+1} - \frac{5}{x+3} = \frac{x-5}{(x+1)(x+3)}$$

$$\frac{\cancel{2}}{x-\cancel{2}} \times \frac{5\cancel{x}}{x^2-5\cancel{x}} = \frac{1}{x} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$$

$$\frac{-4}{2-x} + \frac{2x}{x-2} = \frac{-4}{2-x} - \frac{2x}{2-x} = \frac{-4-2x}{2-x} = \frac{-2(2-x)}{2-x} = -2$$

**Deuxièmement** **Appliquer les concepts**

10 **Trouve chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple (en supposant que toutes les fractions algébriques rationnelles suivantes sont définies):**

① $\frac{5x}{x-2} - \frac{10}{x-2}$ ② $\frac{2}{x-5} + \frac{x^2-27}{x-5}$ ③ $\frac{x}{3} - \frac{4}{x}$

④ $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4}$ ⑤ $\frac{x}{x+3} \div \frac{x^2}{x^2+3x}$ ⑥ $\frac{3x-6}{5x-20} \times \frac{10x-40}{27x-54}$

11 **Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ dans chacun de ce qui suit:**

① $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+3x+2} + \frac{2x}{x^2+2x}$ ② $f(x) = \frac{x^2+6x}{x^2+5x} + \frac{x^2+2x-8}{x^2+3x-10}$

③ $f(x) = \frac{1}{x-4} - \frac{8}{x^2-16}$ ④ $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} - \frac{x^2-3x}{x^2-x-6}$



nezakr.natega4dk.net

⑤ $f(x)=\dfrac{3x+15}{x^2+7x+10}-\dfrac{x+5}{x^2+6x+5}$

⑥ $f(x)=\dfrac{x^2+2x+4}{x^3-8}+\dfrac{x^2-x-12}{x^2+x-6}$

⑦ $f(x)=\dfrac{x^2+x-20}{x^2+2x-15}\times\dfrac{x^2+4x-21}{x^2+3x-28}$

⑧ $f(x)=\dfrac{x^2-11x+28}{x^2-13x+42}\times\dfrac{x^2+7x+10}{20-x-x^2}$

⑨ $f(x)=\dfrac{2x^2+5x+2}{2x^2+7x+3}\times\dfrac{x^2-7x-30}{x^2-6x-40}$

⑩ $f(x)=\dfrac{3x-15}{x+4}\div\dfrac{5-x}{6x+24}$

⑪ $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{2x^2-x-6}\div\dfrac{2x^2-3x}{4x^2-9}$

⑫ $f(x)=\dfrac{6x^2+13x+6}{4x^2-9}\div\dfrac{6x^2+x-2}{4x^2-1}$

⑫ Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ où $f(x)=\dfrac{x^2-x-20}{x^2+2x-8}+\dfrac{3x+6}{x^2-4}$ puis trouve, si possible $f(-2)$ et $f(5)$

⑬ Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$ où $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-x-2}\div\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+2x-3}$ puis trouve, si possible $f(3)$, $f(1)$ et $f(-4)$ si $f(k)=\dfrac{3}{4}$, trouve la valeur de $k$

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

⑭ Un losange a une aire de $\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-x-2}$ unités carrées et une hauteur de $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-2x}$ unités de longueur.

Trouve la longueur de sa base en fonction de $x$ sous la forme la plus simple.

## Pensée créative

⑮ Si $\dfrac{x^2+ax-b}{x^2-2x-15}\times\dfrac{x^2-9x+20}{x^2-16}=\dfrac{x-7}{x+3}$, trouve la valeur de: $a+b$

⑯ Si l'ensemble de définition de la fonction $f$, où $f(x)=\dfrac{a}{x}+\dfrac{1}{b-x}$ est $R-\{0\,;4\}$ et $f(2)=3$, trouve la valeur de chacun de $a$ et $b$

**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension des fractions algébriques rationnelles? Coche la case appropriée.



nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de l'unité 2

**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 2? Coche la case appropriée.

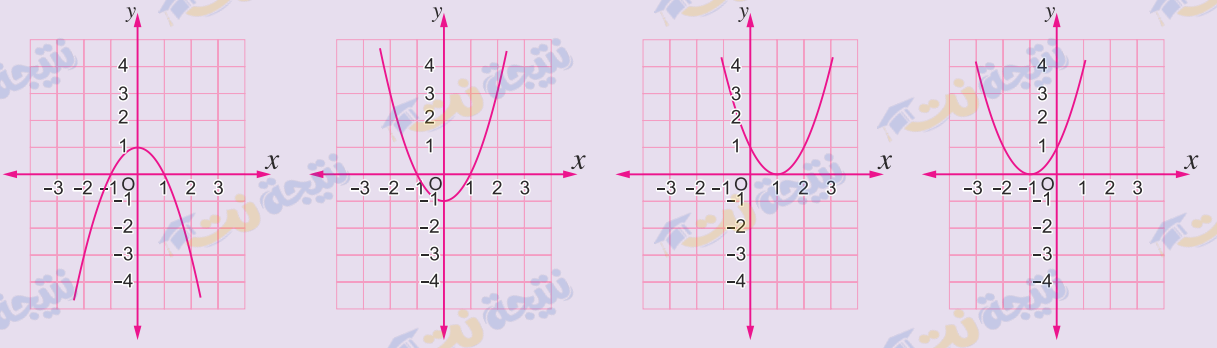


▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Quel est l'ensemble des zéros réels de la fonction $f$, où $f(x) = x^2 + 4$?

(a) $\{-2\}$ (b) $\{2\}$ (c) $\{-2\,;\,2\}$ (d) $\varnothing$

2. Quel graphique représente la fonction $f$, où $f(x) = x^2 - 1$?




(a) (b) (c) (d)

3. Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f$, où $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x^2 - 4x + 3}$?

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R} - \{0\,;\,1\,;\,3\}$ (c) $\mathbb{R} - \{1\,;\,3\}$ (d) $\mathbb{R} - \{0\,;\,3\}$

4. Quel est l'ensemble des zéros réels de la fonction $f$, où $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} \times \dfrac{x^2 + x}{x^2}$?

(a) $\varnothing$ (b) $\mathbb{R}$ (c) $\{0\,;\,1\,;\,-3\}$ (d) $\{0\,;\,1\}$

▸ **Complète chacun de ce qui suit:**

5. Si $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$, alors l'ensemble des valeurs de $x$ qui rendent $f(x) = \dfrac{3}{5}$ est .....

6. Le sommet de la courbe de la fonction $f$, où $f(x) = (x-3)^2 + 1$, est .....

7. L'ensemble de définition commun des deux fonctions $f_1$ et $f_2$, où $f_1(x) = \dfrac{x-7}{x+1}$ et $f_2(x) = \dfrac{x+3}{x(x-7)}$ est .....

8. La fonction $f$, où $f(x) = x^2 + 3x - 4$ coupe l'axe des $y$ au point .....



nezakr.natega4dk.net

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

⑨ Si $f_1(x)=\frac{x^2}{x^3-x^2}$ et $f_2(x)=\frac{x^3+x^2+x}{x^4-x}$, prouve que: $f_1=f_2$

⑩ Trouve $f(x)$ sous la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de $f$,

si $f(x)=\frac{x}{x^2+2x}+\frac{x-2}{x^2-4}$

⑪ Si $p(x)=\frac{x^2-25}{5x-x^2}$, trouve l'ensemble de définition de $[p(x)]^{-1}$

⑫ Représente graphiquement la fonction $f$, où $f(x)=(x-1)^2+3$, en indiquant sur le graphique l'axe de symétrie et trouve la valeur maximale ou minimale de la fonction.

## Activité de l'unité 2 — La fonction quadratique



▸ **L'objectif de l'activité:**

Comprendre la fonction quadratique, utiliser la technologie pour la représenter graphiquement et étudier sa courbe.

▸ **Les étapes de mise en œuvre:**

**En collaboration avec un de tes camarades de classe, essaie de faire ce qui suit:**

1. Recherche en utilisant différentes sources, telles que (les livres de la bibliothèque de ton école, l'Internet ou l'une des applications d'intelligence artificielle ...), des situations, dans différents domaines, pouvant être représentées par une fonction quadratique, telles que:
   le mouvement des projectiles, la conception des ponts et des arches ou la conception des systèmes d'arrosage dans les terres agricoles.
2. Choisis l'une d'elles, puis utilise l'un des logiciels interactifs tel que GeoGebra pour tracer cette fonction.
3. Utilise ce que tu as appris sur la fonction quadratique et trace la courbe de la fonction, puis détermine le sommet de la courbe et explique sa signification dans le contexte du problème.
4. Explique les étapes de la solution, en insistant sur comment tirer parti de la méthode de tracé de la courbe de la fonction quadratique lorsque les logiciels interactifs ne sont pas disponibles.

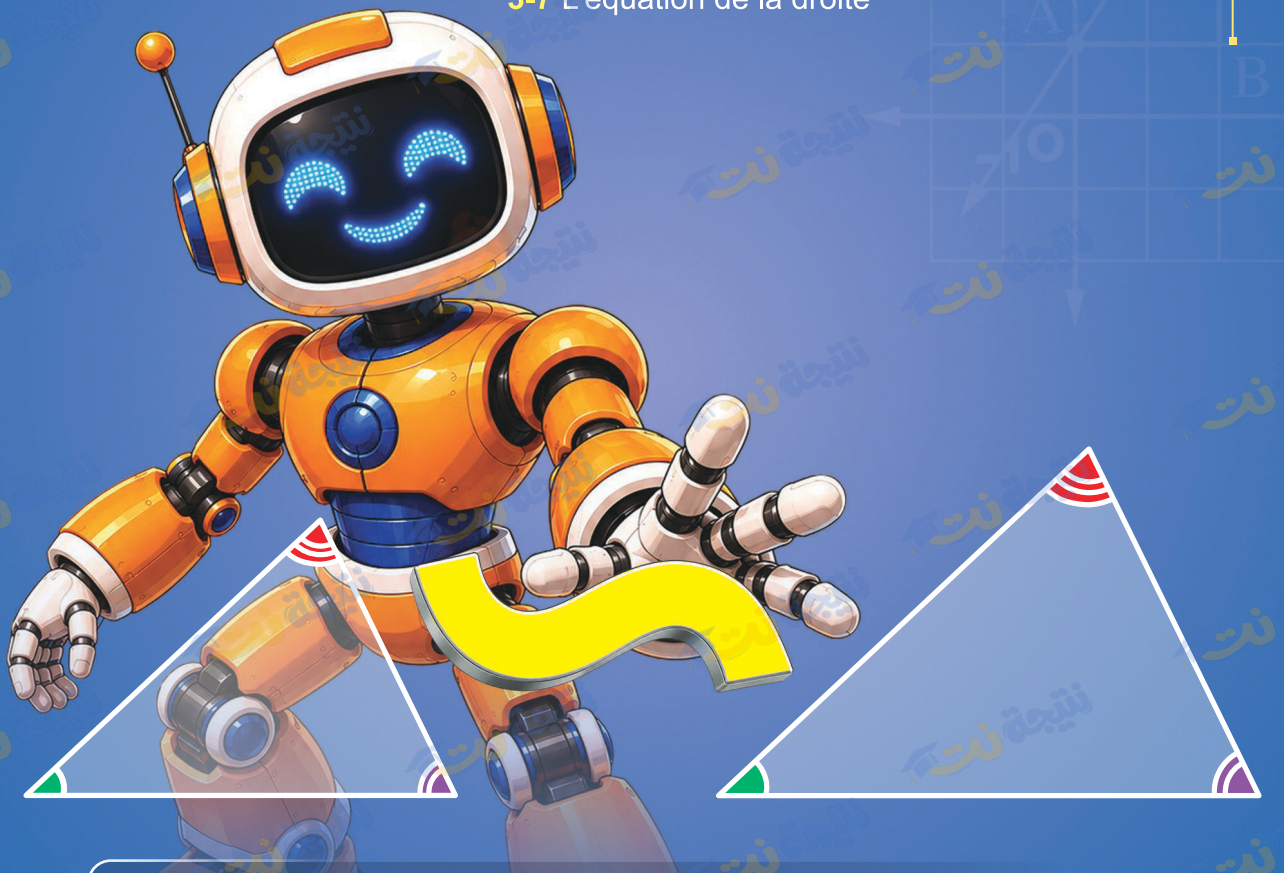

nezakr.natega4dk.net

UNITÉ 3

# La géométrie

## Leçons de l'unité


**3-1** La similitude des polygones
**3-2** La similitude des triangles
**3-3** L'homothétie
**3-4** Les rapports trigonométriques d'un angle aigu
**3-5** Les rapports trigonométriques de quelques angles particuliers
**3-6** La relation entre les pentes de deux droites parallèles et perpendiculaires
**3-7** L'équation de la droite

**L'équation de la droite est l'un des fondements mathématiques qui aident les systèmes d'intelligence artificielle à comprendre les modèles, à prendre des décisions avec précision et à résoudre certains problèmes géométriques.**

**▶ Peut-on utiliser les lois géométriques pour parvenir à des solutions plus complexes dans les applications de l'intelligence artificielle?**

**Les enjeux et les compétences de la vie**
- La communication mathématique
- La pensée critique - La pensée créative
- Le développement durable

**Les valeurs**
- La conscience environnementale
- La conscience civilisationnelle
- l'appréciation esthétique - Le travail d'équipe

nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 1

# La similitude des polygones

## Résultats d'apprentissage

- Connaître les conditions de similitude de deux polygones.
- Connaître le rapport de similitude.
- Utiliser les propriétés de la similitude pour résoudre certains problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- La similitude
- Le rapport de similitude

## Remarque que

Lors de l'écriture de deux polygones semblables, il faut les écrire dans le même ordre des sommets correspondants.

Le polygone $A\ B\ C\ D$
$\sim$
Le polygone $E\ F\ G\ H$

## La notation en mathématiques

Le symbole $\sim$ est utilisé pour exprimer la similitude des polygones.

## Sois prêt!

Les anciens Égyptiens excellaient dans la sculpture d'immenses statues de leurs rois pour orner les temples. Afin de promouvoir le tourisme, les Égyptiens fabriquent aujourd'hui des modèles réduits qui reproduisent fidèlement ces statues originales. Devant toi se trouve une statue du roi Thoutmôsis III, l'un des plus grands souverains du Nouvel Empire de l'Égypte antique. Quelle est la hauteur d'un modèle réduit de cette statue dont la largeur est de 5 cm ?

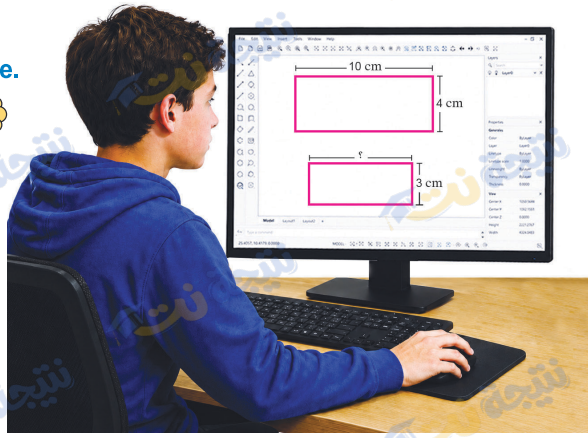
**Dans cette leçon, tu apprendras les conditions de similitude des polygones, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**



Statue du roi Thoutmôsis III

## Réfléchis et discute!

Marwan a utilisé l'un des logiciels de dessin géométrique pour obtenir une copie réduite du rectangle. Quelle est la longueur du rectangle dans la copie réduite?




## Apprends!

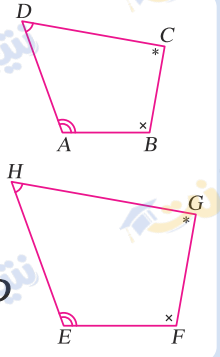
### La similitude de deux polygones

**Deux polygones sont semblables si les deux conditions suivantes sont réalisées ensemble:**

1. Leurs angles correspondants sont de même mesure.
2. Les longueurs de leurs côtés correspondants sont proportionnelles.

Dans les deux polygones $ABCD$ et $EFGH$ si:

1. $m(\angle A) = m(\angle E)$ et $m(\angle B) = m(\angle F)$
   $m(\angle C) = m(\angle G)$ et $m(\angle D) = m(\angle H)$
2. $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = k$




Alors: le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EFGH$

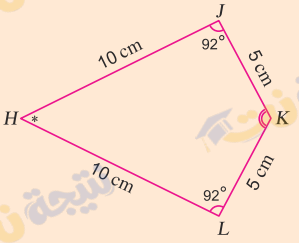
où $k$ est le rapport de similitude du polygone $ABCD$ au polygone $EFGH$

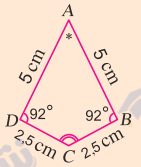


nezakr.natega4dk.net

## ■ Auto-évaluation (1)

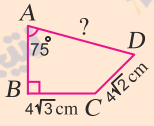
Dans la figure suivante:
Prouve que les deux polygones sont semblables et écris le rapport de similitude du polygone $ABCD$ au polygone $HLKJ$

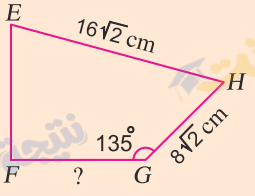



## ■ Auto-évaluation (2)

Dans la figure suivante:
Si $ABCD \sim EFGH$

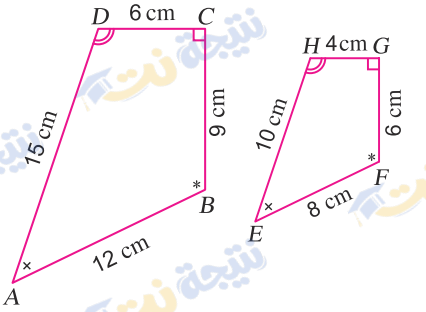



1. Trouve: $m(\angle C)$ et $m(\angle D)$
2. Trouve la longueur de chacun de $\overline{FG}$ et $\overline{AD}$

## Exemple (1)

Dans la figure ci-contre:
Prouve que les deux polygones $ABCD$ et $EFGH$ sont semblables et écris le rapport de similitude du polygone $ABCD$ au polygone $EFGH$




$\because$ Dans les deux polygones $ABCD$ et $EFGH$:

(1) $m(\angle A) = m(\angle E)$ , $m(\angle B) = m(\angle F)$ , $m(\angle C) = m(\angle G)$ et $m(\angle D) = m(\angle H)$

(2) $\frac{AB}{EF} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ , $\frac{BC}{FG} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ , $\frac{CD}{GH} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ et $\frac{DA}{HE} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

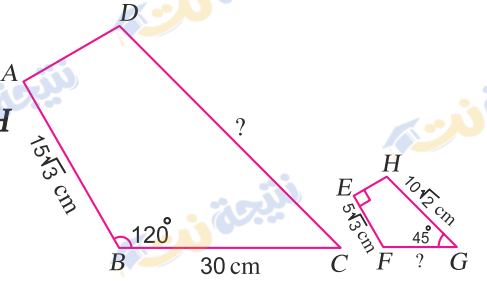
$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ Le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EFGH$ et le rapport de similitude du polygone $ABCD$ au polygone $EFGH$ est $\frac{3}{2}$

## Exemple (2)

Dans la figure ci-contre:
Si le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EFGH$

1. Trouve: $m(\angle C)$ et $m(\angle H)$
2. Trouve la longueur de chacun de $\overline{FG}$ et $\overline{DC}$




(1) $\because ABCD \sim EFGH$

$\therefore m(\angle A) = m(\angle E) = 90°$ , $m(\angle B) = m(\angle F) = 120°$ et $m(\angle C) = m(\angle G) = 45°$

$\therefore m(\angle D) = m(\angle H) = 360° - (90° + 120° + 45°) = 105°$

(2) $\because ABCD \sim EFGH$

$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}$ $\quad \therefore \frac{15\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{30}{FG}$

$\therefore FG = \frac{5\sqrt{3} \times 30}{15\sqrt{3}} = 10$ cm.

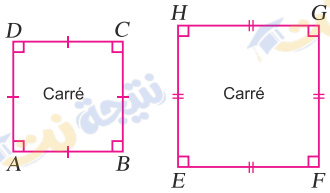
$\frac{AB}{EF} = \frac{DC}{HG}$ $\quad \therefore \frac{15\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{DC}{10\sqrt{2}}$

$\therefore DC = \frac{15\sqrt{3} \times 10\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = 30\sqrt{2}$ cm.


nezakr.natega4dk.net

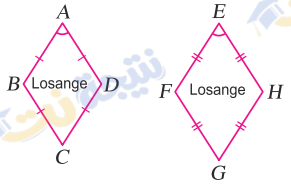
## Les conditions de similitude des quadrilatères particuliers

Tous les carrés sont semblables.



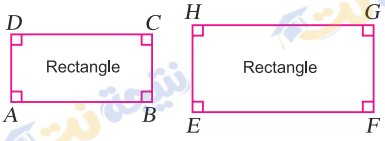

$ABCD \sim EFGH$

Deux losanges sont semblables si les mesures de deux angles correspondants sont égales.



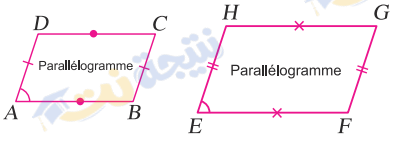

Si $m(\angle A) = m(\angle E)$, alors $ABCD \sim EFGH$

Deux rectangles sont semblables si leurs deux dimensions correspondants sont proportionnelles.




Si $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}$, alors $ABCD \sim EFGH$

Deux parallélogrammes sont semblables si la mesure d'un angle dans l'un d'eux est égale à la mesure d'un angle dans l'autre et que les longueurs des côtés qui comprennent ces deux angles sont proportionnelles.

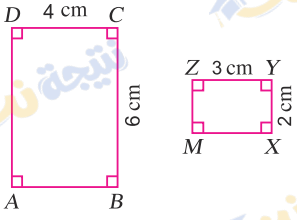



Si $m(\angle A) = m(\angle E)$ et $\frac{AB}{EF} = \frac{AD}{EH}$, alors $ABCD \sim EFGH$

### Exemple 3

Dans chacun de ce qui suit, prouve que les deux polygones sont semblables et écris le rapport de similitude:

1 Le rectangle $ABCD$ au rectangle $XYZM$




1 ∵ Dans les deux rectangles $ABCD$ et $XYZM$:

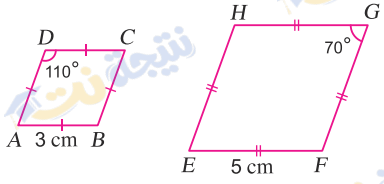
$\frac{BC}{YZ} = \frac{6}{3} = 2$ et $\frac{CD}{ZM} = \frac{4}{2} = 2$

$\therefore \frac{BC}{YZ} = \frac{CD}{ZM} = 2$

$\therefore ABCD \sim XYZM$

Le rapport de similitude du rectangle $ABCD$ au rectangle $XYZM$ est égal à 2

2 Le losange $ABCD$ au losange $EFGH$




2 Dans le losange $ABCD$:

$m(\angle C) = 180° - 110° = 70°$

$\therefore$ Dans les deux losanges $ABCD$ et $EFGH$ :

$m(\angle C) = m(\angle G) = 70°$

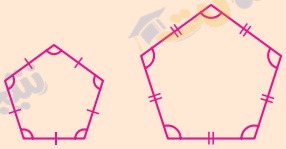
$\therefore ABCD \sim EFGH$

$\because \frac{AB}{EF} = \frac{3}{5}$

$\therefore$ Le rapport de similitude du losange $ABCD$ au losange $EFGH$ est égal à $\frac{3}{5}$

### ■ Remarque que

Les polygones réguliers ayant le même nombre de côtés sont toujours semblables.



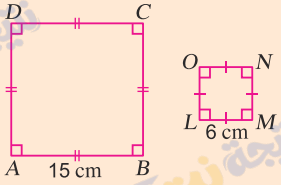
### ■ Discute avec tes camarades

Discute avec tes camarades des conditions de similitude des quadrilatères particuliers et comment les déduire des deux conditions de similitude des deux polygones mentionnées précédemment.

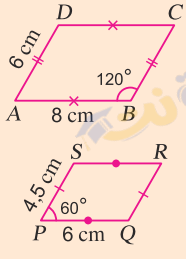
### ■ Auto-évaluation 3

Dans chacun de ce qui suit , prouve que les deux polygones sont semblables et écris le rapport de similitude:

1 Le carré $ABCD$ au carré $LMNO$




2 Le parallélogramme $ABCD$ au parallélogramme $PQRS$






nezakr.natega4dk.net

## Remarque :

Si le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EFGH$,

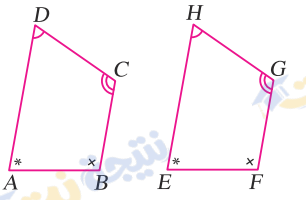
alors $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = k$

Et d'après les propriétés des proportions,

on en déduit que:

$$\frac{AB + BC + CD + DA}{EF + FG + GH + HE} = k$$

$\therefore \frac{\text{Périmètre du polygone } ABCD}{\text{Périmètre du polygone } EFGH} = k$ *(le rapport de similitude)*




## C'est-à-dire que:

Le rapport entre les périmètres de deux polygones semblables est égal au rapport entre les longueurs de deux côtés correspondants quelconques.

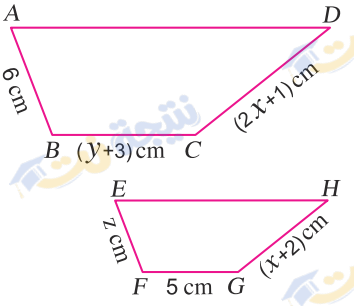
## Exemple 4

Dans la figure ci-contre:

Si le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EFGH$,

$\frac{\text{Périmètre du polygone } ABCD}{\text{Périmètre du polygone } EFGH} = \frac{3}{2}$,

trouve la valeur de chacun de: $x$, $y$ et $z$




✓ ∵ Le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EFGH$,

$\frac{\text{Périmètre du polygone } ABCD}{\text{Périmètre du polygone } EFGH} = \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{3}{2}$ $\quad \therefore \frac{6}{z} = \frac{3}{2}$ $\quad \therefore z = \frac{2 \times 6}{3} = 4$

$\frac{BC}{FG} = \frac{3}{2}$ $\quad \therefore \frac{y+3}{5} = \frac{3}{2}$ $\quad \therefore y + 3 = \frac{5 \times 3}{2}$

$\therefore y + 3 = 7{,}5$ $\quad \therefore y = 7{,}5 - 3 = 4{,}5$

$\frac{CD}{GH} = \frac{3}{2}$ $\quad \therefore \frac{2x+1}{x+2} = \frac{3}{2}$

$\therefore 4x + 2 = 3x + 6$ $\quad \therefore 4x - 3x = 6 - 2$ $\quad \therefore x = 4$

## Activité collaborative

Collabore avec un de tes camarades de classe pour mesurer les dimensions du terrain de sport de ton école, puis trace dans ton cahier un rectangle semblable à ce terrain de sport et écris le rapport de similitude entre ce rectangle et le terrain de sport de ton école.

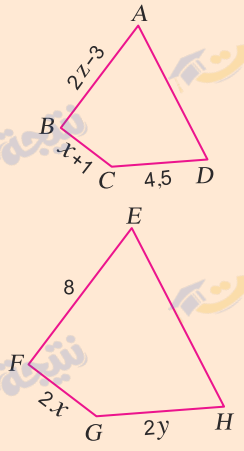


### ■ Auto-évaluation (4)

Dans la figure suivante:

Si $ABCD \sim EFGH$,

$\frac{\text{Périmètre de } ABCD}{\text{Périmètre de } EFGH} = \frac{3}{4}$




trouve la valeur de chacun de $x$, $y$ et $z$



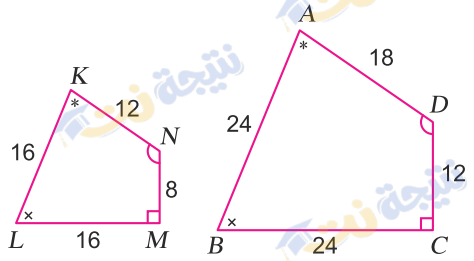
nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon

**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1 Dans la figure suivante:

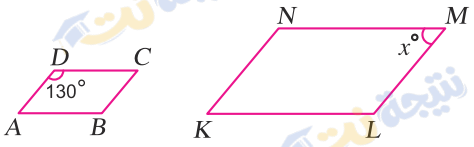



Quel est le rapport de similitude du polygone $KLMN$ au polygone $ABCD$?

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{1}$

3 Dans la figure suivante:

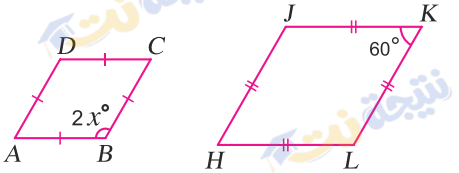



Le parallélogramme $ABCD \sim$ le parallélogramme $KLMN$, quelle est la valeur de $X$?

(a) **50** (b) **130**

(c) **60** (d) **70**

5 Dans la figure suivante:

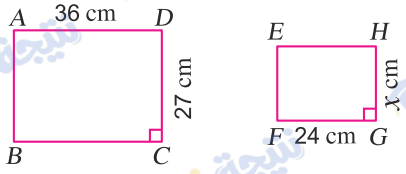



Si le losange $ABCD \sim$ le losange $HLKJ$, quelle est la valeur de $X$?

(a) **60** (b) **120**

(c) **100** (d) **80**

2 Dans la figure suivante:

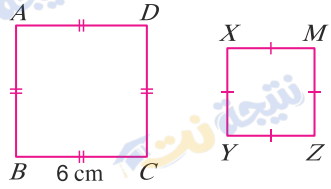



Si le rectangle $ABCD \sim$ le rectangle $EFGH$, quelle est la valeur de $X$?

(a) **27** (b) **9**

(c) **18** (d) **24**

4 Dans la figure suivante:

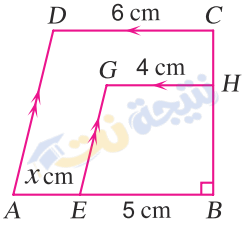



Si $\frac{\text{Périmètre du carré } ABCD}{\text{Périmètre du carré } XYZM} = \frac{3}{2}$, quelle est l'aire du carré $XYZM$?

(a) **36** $cm^2$ (b) **24** $cm^2$

(c) **16** $cm^2$ (d) **8** $cm^2$

6 Dans la figure suivante:




Si le polygone $ABCD \sim$ le polygone $EBHG$, quelle est la valeur de $X$?

(a) **5** (b) **2,5**

(c) **7,5** (d) **4**



nezakr.natega4dk.net

7 Deux polygones semblables, le rapport entre les longueurs de deux côtés correspondants est de **2 : 3** et le périmètre du plus petit polygone est de **34** cm. Quel est le périmètre du plus grand polygone?

(a) **17** cm (b) **34** cm (c) **51** cm (d) **68** cm

► **Découvre l'erreur:**

8 L'enseignant a posé la question suivante à ses élèves:

Tous les polygones réguliers sont-ils semblables?

Les réponses d'Ahmed et de Nourhan sont présentées comme dans la figure ci-contre. Laquelle des deux réponses est correcte? Et pourquoi?

**La solution d'Ahmed:**

Oui, tous les polygones réguliers sont semblables.

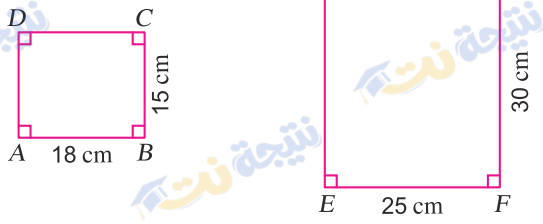
**La solution de Nourhan:**

Tous les polygones réguliers ne sont pas semblables , sauf s'ils ont le même nombre de côtés.

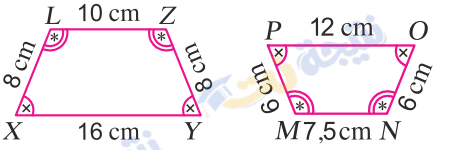
## Deuxièmement Appliquer les concepts

9 Détermine lesquelles des paires de polygones suivantes sont semblables et lesquelles ne le sont pas:

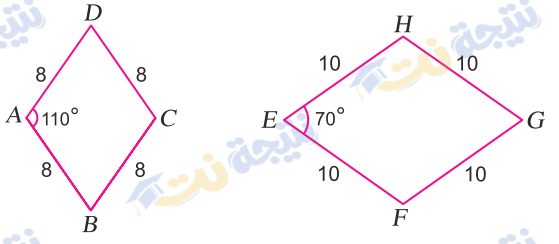
1



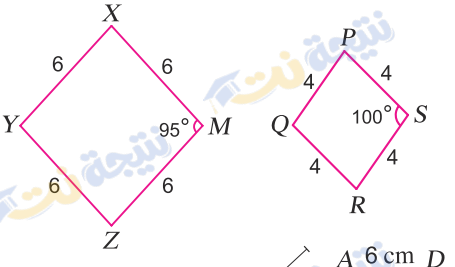

2



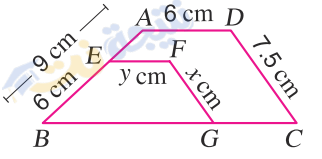

3




4

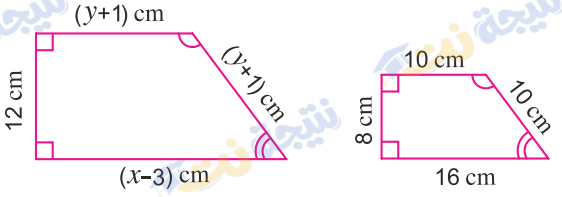



10 Dans la figure ci-contre: Si le polygone ABCD ~ le polygone EBGF, trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$

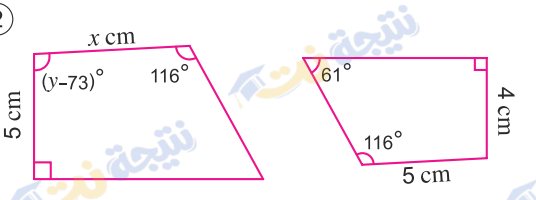



11 Si chacune de paires de polygones suivantes sont semblables, trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$

1




2




12 Deux polygones semblables, les longueurs des côtés de l'un d'eux sont **3** cm, **5** cm, **6** cm, **8** cm et **10** cm et le périmètre de l'autre est de **80** cm. Trouve les longueurs des côtés du deuxième polygone.

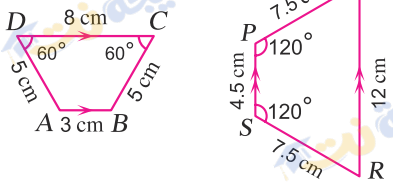


nezakr.natega4dk.net

13 Dans la figure ci-contre:

Prouve que:

le polygone $ABCD \sim$ le polygone $SPQR$




## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

14 **Divertissement:** Un écran de cinéma de forme rectangulaire a une largeur de **45** pieds et une hauteur de **25** pieds. Explique lequel des formats d'écrans de télévision présentés sur l'image affichera la scène la plus complète d'un film projeté sur l'écran de cinéma.




15 **Technologie:** Ahmed a fait une présentation sur le mur de sa classe. La largeur de l'écran de son ordinateur est de **13,25** pouces et sa hauteur est de **10,6** pouces, tandis que l'image projetée sur le mur a une largeur de **53** pouces et une hauteur de **42,4** pouces. Les deux figures sont-elles semblables? Si elles sont semblables, quel est le rapport de similitude entre l'écran de l'ordinateur à l'image projetée?



***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de la similitude des polygones?
Coche la case appropriée.





nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 2

# La similitude des triangles

## Résultats d'apprentissage

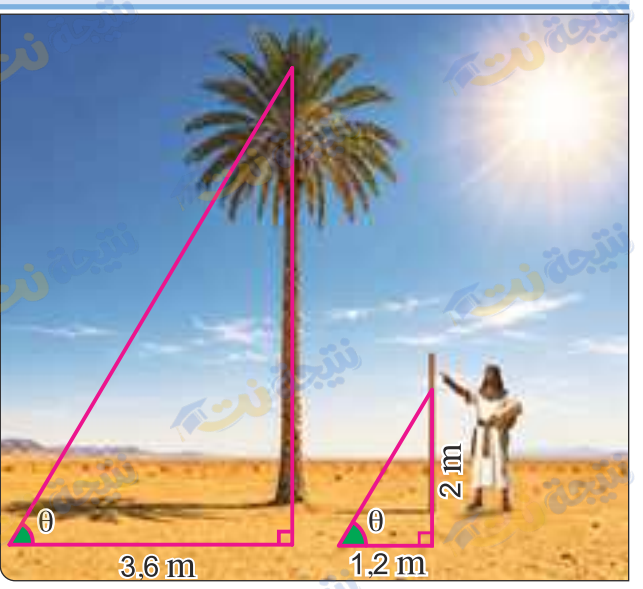
- Connaître les conditions de similitude de deux triangles.
- Utiliser la similitude de deux triangles pour trouver les mesures des angles et les longueurs des côtés.
- Prouver que deux triangles sont semblables.
- Utiliser la similitude de deux triangles pour résoudre certains problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- La similitude des triangles

## Sois prêt!

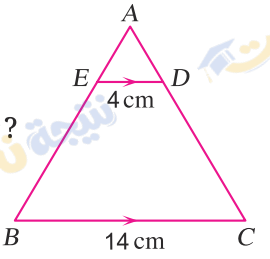
Les anciens Égyptiens ont été le premier des peuples à utiliser l'ombre pour calculer les hauteurs des objets élevés. Cette idée repose sur la connaissance de la longueur de l'ombre d'un objet de hauteur connue, tel qu'un bâton et de la longueur de l'ombre de l'objet dont on veut trouver la hauteur. Dans l'image, une personne utilise un bâton perpendiculaire au sol pour déterminer la hauteur du palmier. Peux-tu trouver la hauteur de ce palmier?




**Dans cette leçon, tu apprendras la notion de similitude des triangles et les cas de similitude de deux triangles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Dans la figure ci-contre: Sachant que le périmètre de $\Delta ABC$ est égal à 49 cm, quel est le périmètre de $\Delta AED$? Laquelle des deux réponses suivantes est correcte?




**La réponse d'Ali:**

Le périmètre de $\Delta AED = 35$ cm

**La réponse de Maryam:**

Le périmètre de $\Delta AED = 14$ cm

## Remarque que

Dans ce cas, on peut déduire de la similitude que:

- $m(\angle C) = m(\angle F)$
- $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

## Apprends!

### Les cas de similitude de deux triangles

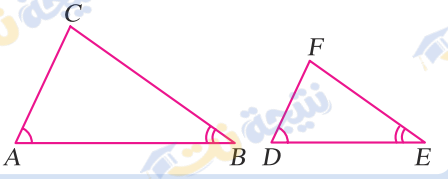
#### Le premier cas: Deux Angles (AA)

Si deux angles d'un triangle ont respectivement la même mesure que deux angles d'un autre triangle, alors les deux triangles sont semblables.

Dans les deux triangles $ABC$ et $DEF$, si:

- $m(\angle A) = m(\angle D)$
- $m(\angle B) = m(\angle E)$

, alors $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

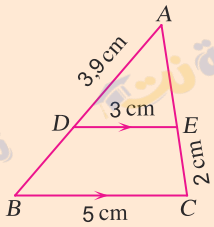





nezakr.natega4dk.net

## Auto-évaluation (1)

Dans la figure suivante:




$D \in \overline{AB}$, $\overline{DE} // \overline{BC}$ et $E \in \overline{AC}$

Prouve que:

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$,

puis trouve la longueur de chacun de: $\overline{BD}$ et $\overline{AE}$

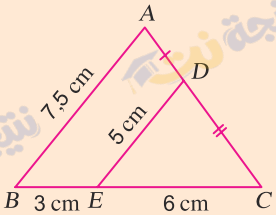
## Remarque que

Dans ce cas, on peut déduire de la similitude que:

- $m(\angle A) = m(\angle D)$
- $m(\angle B) = m(\angle E)$
- $m(\angle C) = m(\angle F)$

## Auto-évaluation (2)

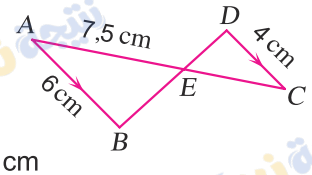
Dans la figure suivante:




Si: $DC = 2\,AD$ prouve que:

1. $\Delta ABC \sim \Delta DEC$
2. $\overline{DE} // \overline{AB}$

## Exemple 1




Dans la figure ci-contre:

$\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{E\}$

$AB = 6$ cm, $AE = 7{,}5$ cm, $DC = 4$ cm et $BD = 7$ cm

Prouve que: $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ et trouve la longueur de chacun de: $\overline{EC}$, $\overline{DE}$ et $\overline{BE}$

$\because \overline{AB} // \overline{CD}$

$\therefore m(\angle A) = m(\angle C)$ (alternes-internes) et

$m(\angle B) = m(\angle D)$ (alternes-internes)

$\therefore \Delta ABE \sim \Delta CDE$

D'après la similitude, on déduit que:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE} = \frac{AE}{CE}$$

$\because BE + DE = 7$ $\quad \therefore BE = 7 - DE$

$$\therefore \frac{6}{4} = \frac{7 - DE}{DE} = \frac{7{,}5}{CE} \quad \therefore \frac{6}{4} = \frac{7{,}5}{CE} \quad \therefore CE = \frac{4 \times 7{,}5}{6} = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{7 - DE}{DE} \quad \therefore 6\,DE = 28 - 4\,DE \quad \therefore 10\,DE = 28$$

$\therefore DE = 2{,}8$ cm $\quad \therefore BE = 7 - 2{,}8 = 4{,}2$ cm

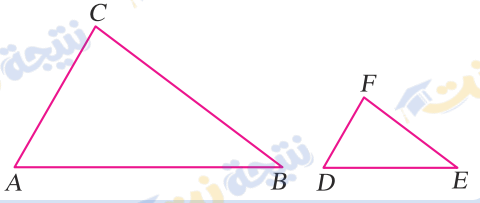
## Le deuxième cas: Trois Côtés (CCC)

Si les longueurs des côtés correspondants de deux triangles sont proportionnelles, alors les deux triangles sont semblables.

Dans les deux triangles $ABC$ et $DEF$, si:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

, alors $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

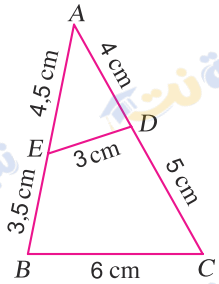



## Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

Prouve que: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

en indiquant le rapport de similitude de $\Delta ABC$ à $\Delta ADE$




$\because \frac{AB}{AD} = \frac{4{,}5 + 3{,}5}{4} = 2$ , $\frac{BC}{DE} = \frac{6}{3} = 2$ et $\frac{AC}{AE} = \frac{4 + 5}{4{,}5} = 2$

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE} = 2$ $\quad \therefore \Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\therefore$ Le rapport de similitude de $\Delta ABC$ à $\Delta ADE = \frac{2}{1}$



nezakr.natega4dk.net

## Le troisième cas: Deux Côtés et l'Angle compris (CAC)

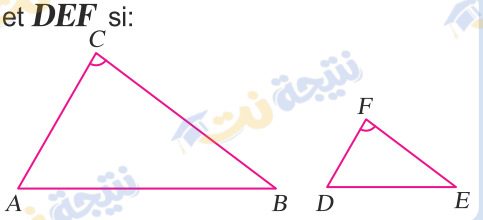
Si un angle d'un triangle a la même mesure qu'un angle d'un autre triangle et que les longueurs des côtés qui contiennent ces angles sont proportionnelles, alors les deux triangles sont semblables.

Dans les deux triangles $ABC$ et $DEF$ si:

$m(\angle C) = m(\angle F)$

, $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

, alors $\Delta ABC \sim \Delta DEF$



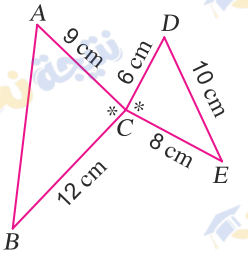

### Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

$m(\angle ACB) = m(\angle DCE)$

Utilise les longueurs indiquées pour prouver que:

$\Delta ABC \sim \Delta DEC$ , puis trouve la longueur de $\overline{AB}$




$\because \frac{AC}{DC} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ , $\frac{BC}{EC} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ $\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$

$\because m(\angle ACB) = m(\angle DCE)$ $\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEC$

D'après la similitude, on déduit que:

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC} = \frac{3}{2}$

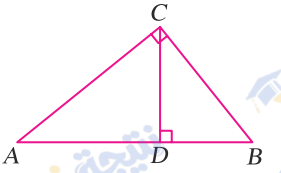
$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{3}{2}$ $\therefore \frac{AB}{10} = \frac{3}{2}$ $\therefore AB = \frac{3 \times 10}{2} = 15$ cm

## La similitude dans les triangles rectangles

Dans un triangle rectangle, la perpendiculaire issue du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse divise le triangle en deux triangles semblables et chacun d'eux est semblable au triangle initial.

Si $\Delta ABC$ est rectangle en $C$ et $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

, alors $\Delta ACB \sim \Delta ADC \sim \Delta CDB$




On peut le déduire en utilisant le premier cas de similitude des triangles comme suit:

Dans les deux triangles $ADC$ et $ACB$:

$m(\angle ADC) = m(\angle ACB)$ (chacun d'eux est un angle droit)

$m(\angle A) = m(\angle A)$ (un angle commun)

$\therefore \Delta ADC \sim \Delta ACB$ .... ①

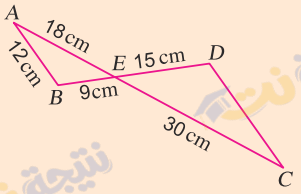
### ■ Remarque que

Dans ce cas, on peut déduire de la similitude que:

- $m(\angle A) = m(\angle D)$
- $m(\angle B) = m(\angle E)$
- $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} = \frac{CB}{FE}$

### ■ Auto-évaluation ③

Dans la figure suivante:




$\overline{AC} \cap \overline{DB} = \{E\}$

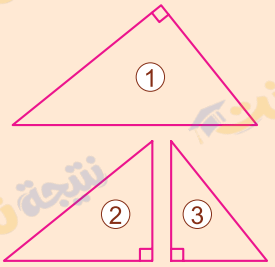
Utilise les longueurs indiquées dans la figure pour prouver que:

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$

, puis trouve la longueur de $\overline{DC}$

### ■ Remarque que

Si deux triangles sont semblables à un troisième , alors ils sont semblables.




Si $\Delta 1 \sim \Delta 2$ et $\Delta 1 \sim \Delta 3$ , alors $\Delta 2 \sim \Delta 3$



nezakr.natega4dk.net

Dans les deux triangles $CDB$ et $ACB$

$m(\angle CDB) = m(\angle ACB)$ (chacun d'eux est un angle droit)

$m(\angle B) = m(\angle B)$ (un angle commun)

$\therefore \Delta CDB \sim \Delta ACB$ .... ②

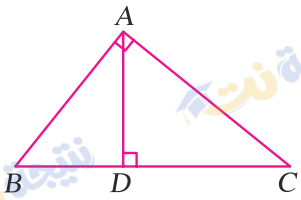
De ① et ②, on déduit que: $\Delta ADC \sim \Delta ACB \sim \Delta CDB$

**Exemple 4**

Dans la figure ci-contre:

$\Delta ABC$ est rectangle en $A$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

Prouve que: $(AD)^2 = BD \times DC$




$\because m(\angle BAC) = 90°$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

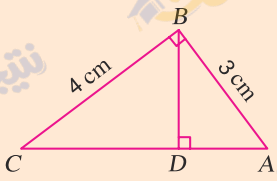
$\therefore \Delta ADB \sim \Delta CDA$

D'après la similitude, on déduit que:

$\frac{AD}{CD} = \frac{DB}{DA}$ $\quad \therefore (AD)^2 = DB \times CD$

**■ Auto-évaluation ④**

Dans la figure suivante:




$D \in \overline{AC}$ où $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

Trouve la longueur de chacun de: $\overline{AD}$ et $\overline{DC}$

**Exemple 5**

Un élève mesurant 1,6 m a voulu utiliser l'égalité des mesures des angles d'inclinaison des rayons du soleil tombant sur le sol pour déterminer la hauteur du drapeau de son école. Si la longueur de l'ombre de l'élève est de 1,5 m et la longueur de l'ombre du mât du drapeau est de 2,4 m, quelle est la hauteur du drapeau?




$\because$ Dans les deux triangles $ABC$ et $NML$:

$m(\angle A) = m(\angle N)$ et $m(\angle B) = m(\angle M) = 90°$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta NML$

D'après la similitude, on déduit que:

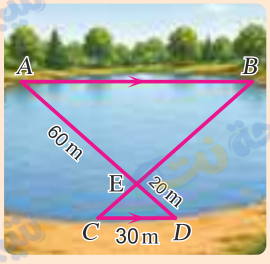
$\frac{AB}{NM} = \frac{BC}{ML}$ $\quad \therefore \frac{1,5}{2,4} = \frac{1,6}{ML}$

$\therefore ML = \frac{2,4 \times 1,6}{1,5} = 2,56$

C'est-à-dire que, la hauteur du drapeau = 2,56 m

**■ Auto-évaluation ⑤**

Dans la figure suivante :




Quelle est la distance entre les deux arbres $A$ et $B$ situés de part et d'autre du lac?



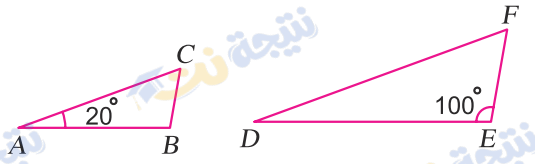
nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon

**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1 Dans la figure suivante:

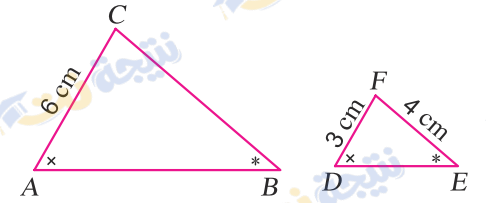



Si $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, alors quelle est la mesure de $\angle F$?

(a) **20°** (b) **60°**

(c) **80°** (d) **100°**

2 Dans la figure suivante:

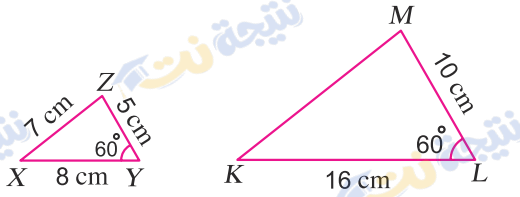



Quelle est la longueur de $\overline{BC}$?

(a) **4** cm (b) **6** cm

(c) **8** cm (d) **10** cm

3 Dans la figure suivante:

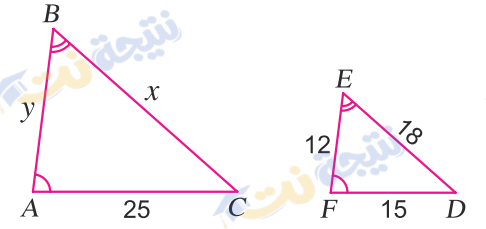



Quelle est la longueur de $\overline{KM}$?

(a) **7** cm (b) **8** cm

(c) **14** cm (d) **16** cm

4 Dans la figure suivante:

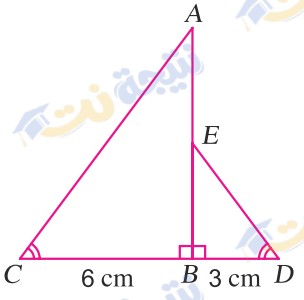



Quelle est la valeur de $x + y$?

(a) **18** (b) **30**

(c) **45** (d) **50**

5 Dans la figure suivante:

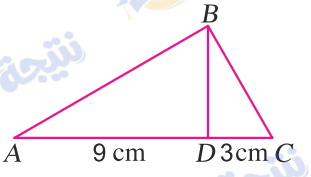



Si le périmètre de $\Delta ABC = 24$ cm , alors quel est le périmètre de $\Delta EBD$ ?

(a) **8** cm (b) **12** cm

(c) **24** cm (d) **48** cm

6 Dans la figure suivante:




Si $\Delta ABC \sim \Delta BDC$, alors quelle est la longueur de $\overline{BC}$ ?

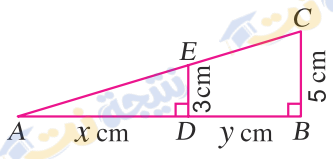
(a) **6** cm (b) $3\sqrt{3}$ cm

(c) **9** cm (d) $2\sqrt{3}$ cm



nezakr.natega4dk.net

7 Dans la figure suivante:

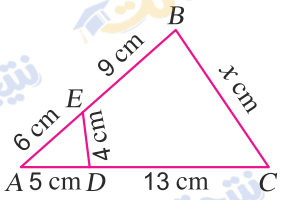



Quel est le rapport qui est égal à $\frac{x}{y}$ ?

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{5}{3}$

(c) $\frac{3}{8}$ (d) $\frac{3}{2}$

8 Dans la figure suivante:




Quelle est la valeur de $X$ ?

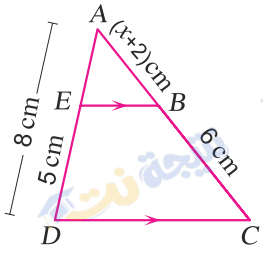
(a) **12** (b) **8**

(c) **16** (d) **24**

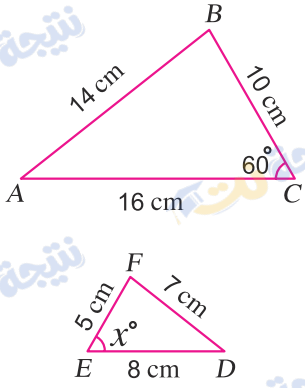
## Deuxièmement Appliquer les concepts

9 **Dans chacun de ce qui suit, prouve que les deux triangles sont semblables, puis trouve la valeur de $X$:**

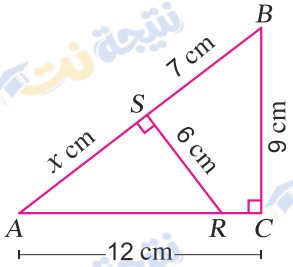
① $\Delta ADC$ et $\Delta AEB$



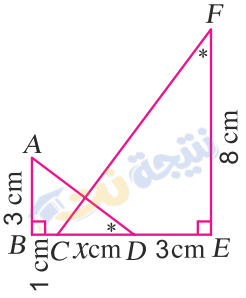

② $\Delta ABC$ et $\Delta DFE$



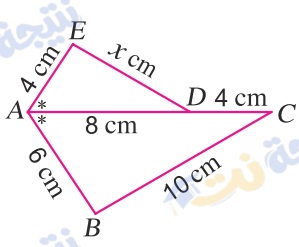

③ $\Delta ABC$ et $\Delta ARS$



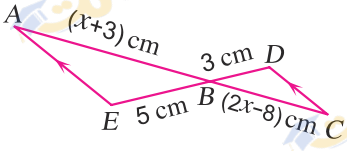

④ $\Delta ABD$ et $\Delta CEF$




⑤ $\Delta ABC$ et $\Delta AED$




⑥ $\Delta AEB$ et $\Delta CDB$

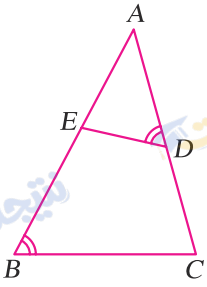



10 Dans la figure ci-contre:

$D \in \overline{AC}$, $E \in \overline{AB}$ et $m(\angle ADE) = m(\angle B)$

Prouve que: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

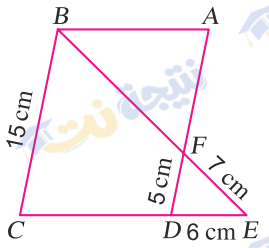
, puis prouve que: $AB \times AE = AC \times AD$






nezakr.natega4dk.net

11 Dans la figure suivante:

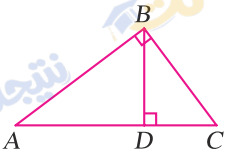



$ABCD$ est un parallélogramme et $E \in \overrightarrow{CD}$

Prouve que: $\Delta\, ABF \sim \Delta\, DEF$

et trouve le périmètre de $\Delta\, ABF$

12 Dans la figure suivante:

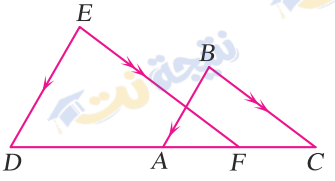



$ABC$ est un triangle , $m(\angle ABC) = 90^\circ$ et $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

Prouve que: $\Delta\, ADB \sim \Delta\, BDC$

Si $BD = 4{,}8$ cm et $AD = 6{,}4$ cm , alors trouve la longueur de $\overline{DC}$

13 Dans la figure suivante:




$\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$ et $\overline{BC} \,//\, \overline{EF}$

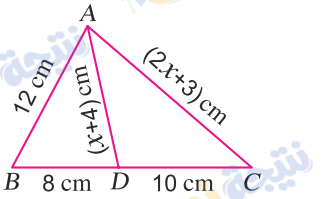
Les points $D$ , $A$ , $F$ et $C$ sont alignés

Prouve que: $\Delta\, ABC \sim \Delta\, DEF$

Si $EF : BC = 3 : 2$

et le périmètre de $\Delta\, ABC = 24$ cm, alors trouve le périmètre de $\Delta\, DEF$

14 Dans la figure suivante:



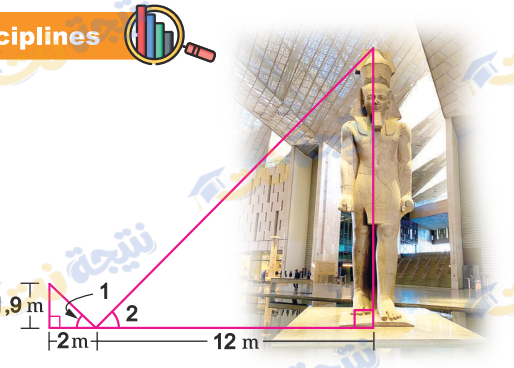

$D \in \overline{BC}$

Si $AB = 12$ cm, $BD = 8$ cm et $DC = 10$ cm,

Prouve que: $\Delta\, ABD \sim \Delta\, CBA$, puis trouve la valeur de $x$

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

15 **Tourisme:** Un homme a voulu connaître la hauteur de la statue du Ramsès II au Grand Musée égyptien.
Il a placé un miroir horizontalement sur le sol, à 12 m du pied de la statue, puis il a reculé jusqu'à ce qu'il puisse voir le sommet de la statue dans le miroir. La distance qu'il a parcourue en reculant est de 2 m. Sachant que la taille de l'homme est de 1,9 m et que $m(\angle 1) = m(\angle 2)$ , alors quelle est la hauteur de la statue?



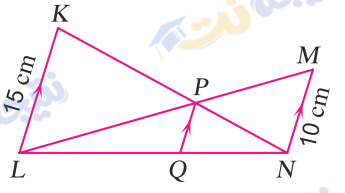

## Pensée créative

16 Dans la figure ci-contre:

$\overline{KL} \,//\, \overline{PQ} \,//\, \overline{MN}$

Si $KL = 15$ cm et $MN = 10$ cm,

trouve la longueur de $\overline{PQ}$




**Évalue** *ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de la similitude des triangles?
Coche la case appropriée.



nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 3

# L'homothétie

■ **Résultats d'apprentissage**

- Connaître la notion d'homothétie.
- Connaître l'homothétie de rapport positif.
- Utiliser les coordonnées pour agrandir ou réduire une figure donnée.

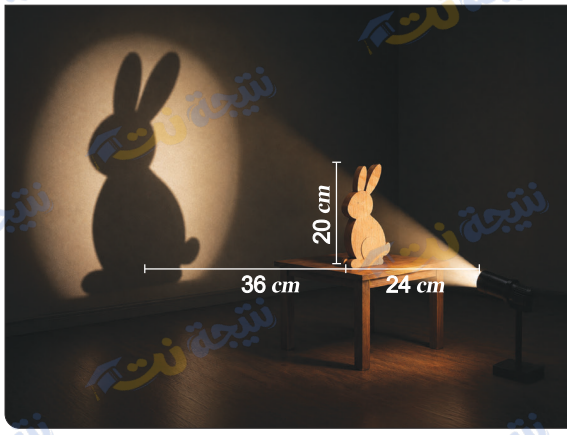
■ **Vocabulaire**

- L'homothétie
- le centre de l'homothétie
- Le rapport d'homothétie
- Agrandissement
- Réduction

■ **Remarque que**

Nous étudierons uniquement l'homothétie de rapport positif.

## Sois prêt!

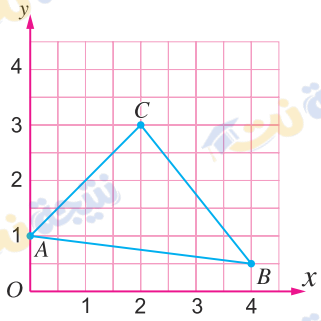



Lorsqu'un objet opaque est placé entre une source lumineuse et un mur, une image de l'objet se forme sur le mur et ses dimensions changent lorsque l'objet se rapproche ou s'éloigne de la source lumineuse. Sur l'image, une maquette en forme de lapin de **20** cm de long se trouve à **24** cm de la source lumineuse et à **36** cm du mur. Quelle est la longueur du lapin sur cette image?

**Dans cette leçon, tu apprendras la notion d'homothétie, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Hani a utilisé l'un des logiciels de géométrie pour tracer le triangle $ABC$. S'il veut l'agrandir selon un rapport de **2 : 1**, lesquelles de ce qui suit sont les coordonnées des sommets du triangle $A`B`C`$, l'image du triangle $ABC$ par cet agrandissement?




| | |
|---|---|
| $A`(0\,;2)$ | $A`(2\,;3)$ |
| $B`(8\,;1)$ | $B`(6\,;2{,}5)$ |
| $C`(4\,;6)$ | $C`(4\,;5)$ |

## Apprends!

### La notion d'homothétie

- L'homothétie est une transformation géométrique qui agrandit ou réduit une figure selon un rapport donné, qui est égal au rapport entre l'une des longueurs de l'image de la figure et la longueur correspondante dans la figure initiale, ce rapport est appelé le rapport d'homothétie.
- La figure et son image par homothétie sont semblables, c'est-à-dire que les mesures de leurs angles correspondants restent inchangées, tandis que les longueurs des côtés correspondants varient selon un rapport constant.

### La définition de l'homothétie

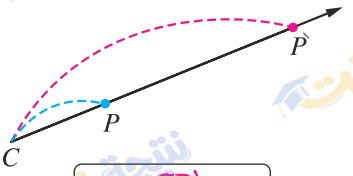
L'homothétie de centre $C$ et de rapport $k$ est une transformation géométrique qui associe à chaque point $P$ du plan un point $P`$, ayant les propriétés suivantes:

1. Le point $C$ est sa propre image.
2. Si $P$ est distinct de $C$ et $\overline{CP}$ n'est pas congruent au $\overline{CP`}$, alors $CP` = k\,(CP)$.
   L'homothétie est un agrandissement si $k > 1$ et une réduction si $0 < k < 1$

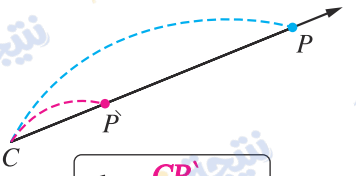


nezakr.natega4dk.net

Le point $P'$ est l'image du point $P$ par une homothétie de centre $C$ et de rapport $k$



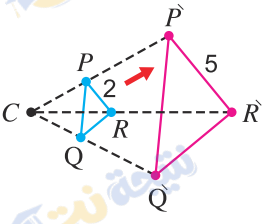

$k = \frac{CP'}{CP} > 1$
Agrandissement




$k = \frac{CP'}{CP} < 1$
Réduction

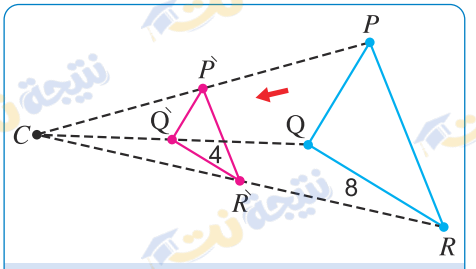
Remarque que dans l'agrandissement, $P \in \overline{CP'}$, tandis que dans la réduction $P' \in \overline{CP}$

**Exemples:**




$\Delta\, P'R'Q'$ est l'image de $\Delta\, PRQ$ par une homothétie de centre $C$ et de rapport $k = \frac{5}{2}$

Remarque que: $\Delta\, P'R'Q'$ est un agrandissement de $\Delta\, PRQ$




$\Delta\, P'R'Q'$ est l'image de $\Delta\, PRQ$ par une homothétie de centre $C$, et de rapport $k = \frac{1}{2}$

Remarque que: $\Delta\, P'R'Q'$ est une réduction de $\Delta\, PRQ$

Dans chacune des deux figures:

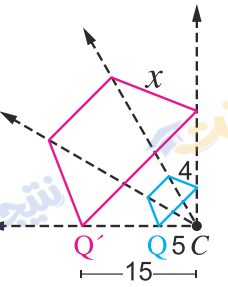
1. $\Delta\, PRQ \sim \Delta\, P'R'Q'$
2. Chaque côté de $\Delta\, P'R'Q'$ est parallèle à son côté correspondant de $\Delta\, PRQ$

**Exemple 1**

Dans la figure ci-contre:

Détermine si l'homothétie de centre $C$ et qui transforme $Q$ en $Q'$ est un agrandissement ou une réduction.

Puis, trouve le rapport d'homothétie et trouve la valeur de $x$




$\because Q \in \overline{CQ'}$

$\therefore$ L'homothétie qui transforme $Q$ en $Q'$ est un agrandissement de rapport $k$

$\therefore k = \frac{CQ'}{CQ} = \frac{15}{5} = 3$

$\therefore \frac{x}{4} = 3$ $\quad\therefore x = 4 \times 3 = 12$

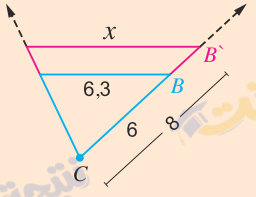
**Remarque que**

Le rapport d'homothétie $k$ est égal à chacun de:

- $\frac{\text{La longueur d'un côté de l'image}}{\text{La longueur du côté correspondant dans la figure initiale}}$
- $\frac{\text{La distance de l'image d'un point au centre d'homothétie}}{\text{La distance du même point au centre de l'homothétie}}$

**Auto-évaluation (1)**

Dans la figure suivante:




Détermine si l'homothétie de centre $C$ et qui transforme $B$ en $B'$ est un agrandissement ou une réduction.

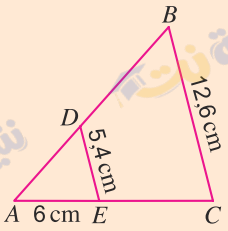
Puis, trouve le rapport d'homothétie et trouve la valeur de $x$



nezakr.natega4dk.net

## Auto-évaluation (2)

Dans la figure suivante:



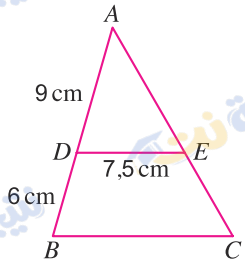

$\Delta\ ABC$ est l'image de $\Delta\ ADE$ par une homothétie de centre $A$.

Trouve le rapport d'homothétie et prouve que: $\overline{DE} // \overline{BC}$ et trouve la longueur de $\overline{AC}$

## Exemple (2)

Dans la figure ci-contre:

$\Delta\ ADE$ est l'image de $\Delta\ ABC$ par une homothétie de centre $A$. Trouve le rapport d'homothétie et prouve que: $\overline{DE} // \overline{BC}$, puis trouve la longueur de $\overline{BC}$




$\because\ \Delta\ ADE$ est l'image de $\Delta\ ABC$ par une homothétie de centre $A$

$\therefore\ D$ est l'image de $B$

$\because\ \frac{AD}{AB} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\therefore$ Le rapport d'homothétie $k = \frac{3}{5}$

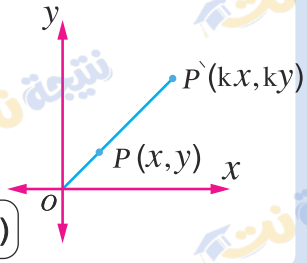
$\because\ \overline{DE}$ est l'image de $\overline{BC}$ par l'homothétie $\quad \therefore \overline{DE} // \overline{BC}$

$\because\ \frac{DE}{BC} = k \qquad \therefore \frac{7,5}{BC} = \frac{3}{5}$

$\therefore BC = \frac{5 \times 7,5}{3} = 12,5$ cm

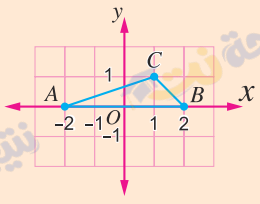
## L'homothétie dans le plan cartésien

Pour tout point $P(x\ ;\ y)$ dans le plan cartésien, l'image du point $P$ par une homothétie de centre l'origine $O\ (0\ ;\ 0)$ et de rapport $k$ est le point $P`(kx\ ;\ ky)$




La règle de l'homothétie: $(x\ ;\ y) \longrightarrow (kx\ ;\ ky)$

## Auto-évaluation (3)

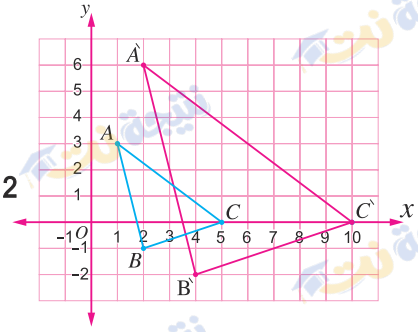



Utilise le plan cartésien précédent pour trouver l'image de $\Delta\ ABC$ par une homothétie de centre $O$ et de rapport 2

## Exemple (3)

Trace $\Delta\ ABC$ dont les sommets sont $A\ (1\ ;\ 3)$, $B\ (2\ ;\ -1)$ et $C\ (5\ ;\ 0)$ dans le plan cartésien, puis trace son image par une homothétie de centre l'origine $O$ et de rapport 2

On utilise la règle de l'homothétie dans le plan cartésien pour trouver l'image de chacun des points $A$, $B$ et $C$ par une homothétie de centre $O$ et de rapport $k = 2$




$(x\ ;\ y) \longrightarrow (2x\ ;\ 2y)$

$A\ (1\ ;\ 3) \longrightarrow A`(2\ ;\ 6)$

$B\ (2\ ;\ -1) \longrightarrow B`(4\ ;\ -2)$

$C\ (5\ ;\ 0) \longrightarrow C`(10\ ;\ 0)$



nezakr.natega4dk.net

■ **Remarque de l'exemple précédent que:**

$\Delta A`B`C`$ est l'image de $\Delta ABC$ par une homothétie de rapport $= 2$ donc:

1. $\Delta A`B`C` \sim \Delta ABC$
2. $k > 1$ donc le triangle $A`B`C`$ est un agrandissement du triangle $ABC$ et la longueur de chaque côté du triangle $A`B`C`$ est le double de la longueur de son côté correspondant dans le triangle $ABC$
3. Chacun des côtés de $\Delta A`B`C`$ est parallèle à son côté correspondant de $\Delta ABC$

■ **Auto-évaluation** (4)

Trace dans le plan cartésien $\Delta ABC$ dont les sommets sont $A(-4\,;4)$, $B(4\,;0)$ et $C(-2\,;-6)$, puis trace son image par une homothétie de centre l'origine $O$ et de rapport $k = \frac{1}{2}$

**Exemple** 4

Trace dans le plan cartésien le polygone $ABCD$ dont les sommets sont $A(-3\,;6)$, $B(0\,;6)$, $C(3\,;3)$ et $D(-3\,;-3)$, puis trace son image par une homothétie de centre l'origine $O$ et de rapport $k = \frac{1}{3}$

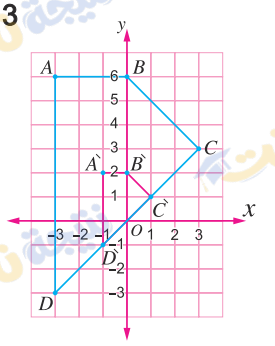
$$(x\,;y) \longrightarrow \left(\frac{1}{3}x\,;\frac{1}{3}y\right)$$

$A(-3\,;6) \longrightarrow A`(-1\,;2)$

$B(0\,;6) \longrightarrow B`(0\,;2)$

$C(3\,;3) \longrightarrow C`(1\,;1)$

$D(-3\,;-3) \longrightarrow D`(-1\,;-1)$




■ **Remarque de l'exemple précédent que:**

$0 < k < 1$, donc le polygone $A`B`C`D`$ est une réduction du polygone $ABCD$

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Dans la figure ci-contre:



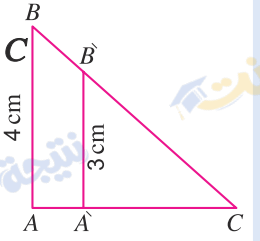

Si $P`$ est l'image de $P$ par une homothétie de centre $C$, quel est le rapport d'homothétie?

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $3$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $4$

(2) Dans la figure ci-contre:

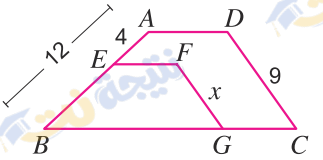
Si $\overline{A`B`}$ est l'image de $\overline{AB}$ par une homothétie de centre $C$, quel est le rapport d'homothétie?




(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{4}{7}$

(3) Si le polygone $EBGF$ est l'image du polygone $ABCD$ par une homothétie de centre $B$ et de rapport $k$, alors .....




(a) $k = \frac{1}{3}$ et $X = 3$ (b) $k = \frac{2}{3}$ et $X = 6$

(c) $k = \frac{1}{3}$ et $X = 6$ (d) $k = \frac{2}{3}$ et $X = 3$



nezakr.natega4dk.net

4 Quelle est l'image du point $P(-1\ ;\ 3)$ par une homothétie de centre l'origine et de rapport 4?

(a) $P`(3\ ;\ 7)$ (b) $P`(-4\ ;\ 7)$ (c) $P`(-4\ ;\ 12)$ (d) $P`(-4\ ;\ 3)$

5 Quel est le rapport qui représente le rapport d'une homothétie de centre l'origine $O$ qui transforme le point $A(6\ ;\ -2)$ en point $B(3\ ;\ -1)$?

(a) 2 (b) 3 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

6 Si $A`$ est l'image de $A$ par une homothétie de centre l'origine et de rapport $\frac{3}{4}$, quel est le rapport d'homothétie qui rend $A$ l'image de $A`$ et dont le centre est l'origine?

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{4}{7}$

7 Si $A`(12\ ;-6)$ est l'image de $A$ par une homothétie de centre l'origine dont la règle est $(x\ ;y)\longrightarrow(\frac{3}{2}x\ ;\ \frac{3}{2}y)$, alors le point $A$ est .....

(a) $(8\ ;-4)$ (b) $(18\ ;-9)$ (c) $(-8\ ;\ 4)$ (d) $(-18\ ;\ 9)$

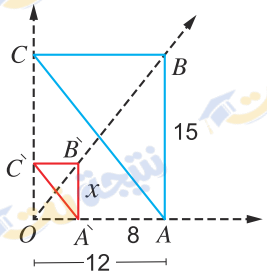
8 Lequel des rapports suivants représente le rapport d'homothétie pour une réduction d'une figure?

(a) 120 % (b) $\frac{5}{4}$ (c) 2 (d) 50 %

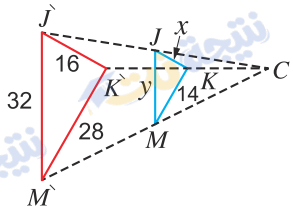
## Deuxièmement Appliquer les concepts

9 Dans chacune des figures suivantes, trouve le rapport d'homothétie et précise s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction, et trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$:

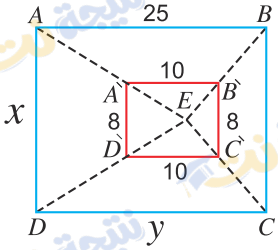
① Une homothétie de centre l'origine $O$ qui rend $\Delta A`B`C`$ l'image de $\Delta ABC$



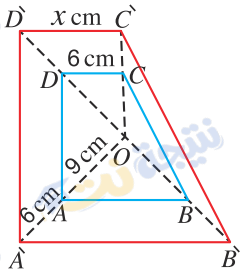

② Une homothétie de centre $C$ qui rend $\Delta J`K`M`$ l'image de $\Delta JKM$




③ Une homothétie de centre $E$ qui rend le polygone $A`B`C`D`$ l'image du polygone $ABCD$




④ Une homothétie de centre $O$ qui rend le polygone $A`B`C`D`$ l'image du polygone $ABCD$




10 Dans chacun de ce qui suit, trace dans le plan cartésien le polygone et son image par une homothétie de centre l'origine $O$ et de rapport $k$ où:

① $A(2\ ;-1)$, $B(0\ ;3)$, $C(-2\ ;1)$ et $k=2$

② $A(-2\ ;-4)$, $B(2\ ;0)$, $C(-4\ ;2)$, $D(-6\ ;-2)$ et $k=0{,}5$

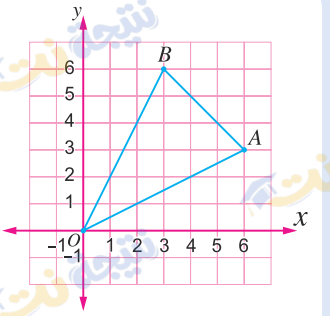


nezakr.natega4dk.net

11 Dans la figure ci-contre:

Trace l'image de $\Delta\ OAB$ par une homothétie de centre $O$

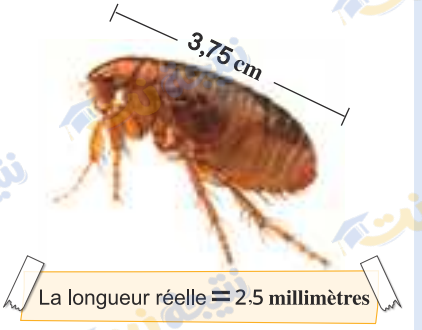
et de règle $(x\,;y) \longrightarrow (\frac{1}{3}x\,;\frac{1}{3}y)$




## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

12 **Sciences:**

Lorsqu'on examine un insecte au microscope, sa longueur apparaît comme indiqué sur l'image. Si tu connais la longueur réelle de l'insecte, quel est le rapport d'homothétie utilisé? Explique ta conclusion.



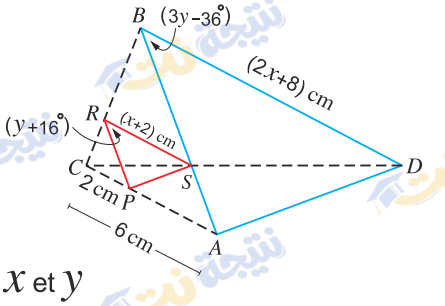

## Pensée créative

13 Un rectangle dont les dimensions sont $x$ cm et $y$ cm. Quelle est l'aire de l'image du rectangle par une homothétie de rapport $\frac{1}{3}$ en fonction de $x$ et $y$?

14 Dans la figure ci-contre:

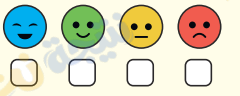
Si $\Delta\ PSR$ est l'image de $\Delta\ ADB$

par une homothétie de centre $C$, trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$




**Évalue** *ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de l'homothétie?
Coche la case appropriée.





nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 4

# Les rapports trigonométriques d'un angle aigu

## ■ Résultats d'apprentissage

- Connaître les rapports trigonométriques d'un angle aigu dans le triangle rectangle.
- Déterminer le sinus d'un angle (*sin*).
- Déterminer le cosinus d'un angle (*cos*).
- Déterminer la tangente d'un angle (*tg*).
- Utiliser les rapports trigonométriques d'un angle aigu pour déterminer les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.
- Utiliser les rapports trigonométriques d'un angle aigu pour résoudre certains problèmes de la vie.

## ■ Vocabulaire

- Le sinus d'un angle
- Le cosinus d'un angle
- La tangente d'un angle

## ■ La notation en mathématiques

- Certaines lettres grecques sont utilisées pour désigner les angles, telles que: la lettre "$\theta$" qui se lit "thêta" et la lettre "$\beta$" qui se lit "bêta"
- "L'angle $\theta$" est une abréviation de "l'angle dont la mesure est $\theta$".

## ■ Remarque que

D'après la définition ci-contre , remarque que:

$$\sin\theta \div \cos\theta = \frac{a}{c} \div \frac{b}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{c}{b} = \frac{a}{b} = tg\,\theta$$

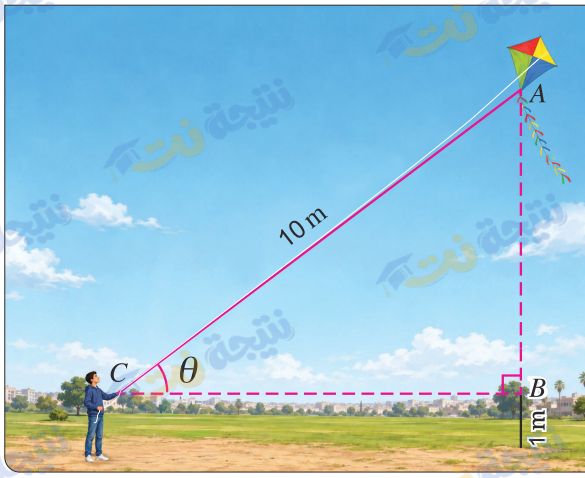
C'est-à-dire que:

$$tg\,\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

## Sois prêt!

Le cerf-volant est l'une des plus anciennes inventions en Chine, où il est utilisé depuis plus de deux mille ans pour les jeux et les célébrations.

Dans la figure ci-contre: Si $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ et que la longueur de la ficelle est de 10 mètres, quelle est la hauteur du cerf-volant au-dessus du sol?




**Dans cette leçon, tu apprendras les rapports trigonométriques d'un angle aigu dans le triangle rectangle et leur utilisation pour calculer les longueurs des côtés, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

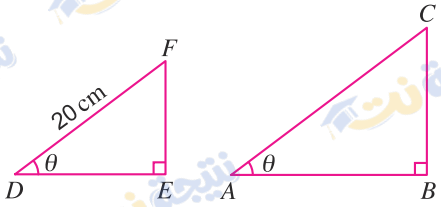
## Réfléchis et discute!

Dans la figure ci-contre:

$AB : CB = 4 : 3$

Laquelle de ce qui suit est la longueur de $\overline{FE}$?

9 cm  12 cm  16 cm




## Apprends!

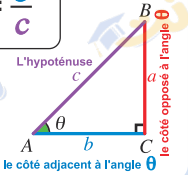
### Les rapports trigonométriques

Le rapport trigonométrique est le rapport entre les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle.

• Le sinus d'un angle $\theta$ ($sin\,\theta$) • Le cosinus d'un angle $\theta$ ($cos\,\theta$) • La tangente d'un angle $\theta$ ($tg\,\theta$)

$$\sin\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{c} \qquad \cos\theta = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{c}$$

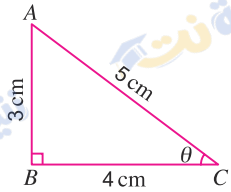
$$tg\,\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{a}{b}$$




Par exemple: Dans la figure ci-contre:

$$\sin\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{3}{5}, \quad \cos\theta = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{4}{5}$$

et $tg\,\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{3}{4}$

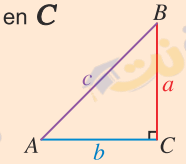





nezakr.natega4dk.net

## Rappelle-toi le théorème de Pythagore

Si $ABC$ est un triangle rectangle en $C$

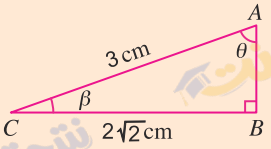



, alors $c^2 = a^2 + b^2$

## Auto-évaluation 1

Dans la figure suivante:

$ABC$ est un triangle rectangle en $B$

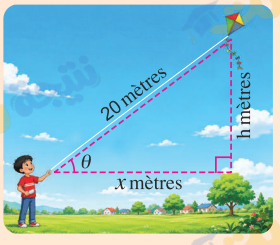



Trouve les rapports trigonométriques de chacun des deux angles $\theta$ et $\beta$

## Auto-évaluation 2

Dans la figure suivante:

Un cerf-volant est attaché à une ficelle de 20 mètres de longueur, faisant avec l'horizontale un angle $\theta$ tel que $\sin\theta = \frac{3}{5}$

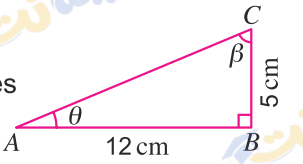



Trouve la valeur de chacun de $h$ et $x$

## Exemple 1

Dans la figure ci-contre:

Trouve les rapports trigonométriques de chacun des deux angles $\theta$ et $\beta$

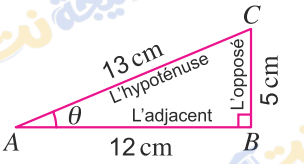



$\because m(\angle B) = 90°$

$\therefore (AC)^2 = (AB)^2 + (CB)^2$

$\therefore (AC)^2 = (12)^2 + (5)^2 = 169$

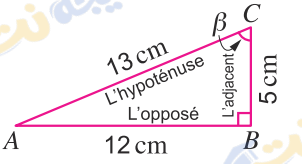
$\therefore AC = \sqrt{169} = 13$ cm.




$\therefore$ Les rapports trigonométriques de l'angle $\theta$ :

$\sin\theta = \frac{5}{13}$ , $\cos\theta = \frac{12}{13}$ et $tg\,\theta = \frac{5}{12}$

et les rapports trigonométriques de l'angle $\beta$ :




$\sin\beta = \frac{12}{13}$ , $\cos\beta = \frac{5}{13}$ et $tg\,\beta = \frac{12}{5}$

## Remarque que

Dans l'exemple 1 :

$\sin\theta = \cos\beta = \frac{5}{13}$ et $\cos\theta = \sin\beta = \frac{12}{13}$

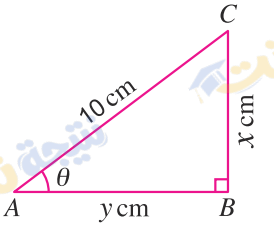
En général:

Pour deux angles complémentaires $\theta$ et $\beta$: $\sin\theta = \cos\beta$ et $\cos\theta = \sin\beta$

## Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

Si $\sin\theta = \frac{3}{5}$, trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$ puis trouve la valeur de: $\sin^2\theta + \cos^2\theta - tg\,\theta$




$\because \sin\theta = \frac{3}{5}$ et $\sin\theta = \frac{CB}{AC} = \frac{x}{10}$

$\therefore \frac{x}{10} = \frac{3}{5}$ $\therefore x = \frac{10 \times 3}{5} = 6$

D'après le théorème de Pythagore:

$AB = \sqrt{(AC)^2 - (BC)^2}$ $\therefore AB = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ $\therefore y = 8$

$\because \cos\theta = \frac{AB}{AC}$ $\therefore \cos\theta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\because tg\,\theta = \frac{BC}{BA}$ $\therefore tg\,\theta = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta - tg\,\theta = (\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

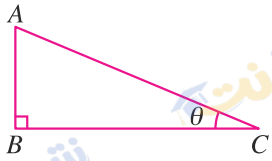


nezakr.natega4dk.net

## La détermination des rapports trigonométriques d'un angle aigu connaissant l'un de ses rapports trigonométriques

**Exemple 3**

Dans la figure ci-contre:




Si $\cos\theta = \frac{12}{13}$, trouve: $\sin\theta$ et $tg\,\theta$

Si la longueur de $\overline{BC} = 24$ cm, trouve la longueur de chacun de: $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$

$\because \cos\theta = \frac{12}{13}$ $\quad\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$

En supposant que:

$BC = 12\,k$ et $AC = 13\,k$

D'après le théorème de Pythagore:

$\therefore AB = \sqrt{(AC)^2 - (BC)^2} = \sqrt{(13\,k)^2 - (12\,k)^2}$

$\therefore AB = \sqrt{169\,k^2 - 144\,k^2} = \sqrt{25\,k^2} = 5\,k$

$\therefore \sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{5\,k}{13\,k} = \frac{5}{13}$ et $tg\,\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{5\,k}{12\,k} = \frac{5}{12}$

Lorsque $BC = 24$ cm:

$\therefore \cos\theta = \frac{BC}{AC}$ $\quad\therefore \frac{24}{AC} = \frac{12}{13}$ $\quad\therefore AC = \frac{24 \times 13}{12} = 26$ cm

$\because tg\,\theta = \frac{AB}{BC}$ $\quad\therefore \frac{AB}{24} = \frac{5}{12}$

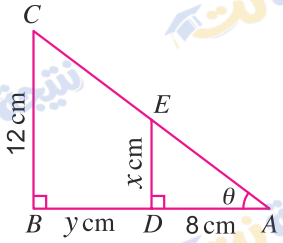
$\therefore AB = \frac{24 \times 5}{12} = 10$ cm

**La diversité des stratégies**

$tg\,\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$

**Exemple 4**

Dans la figure ci-contre:




Si $tg\,\theta = \frac{3}{4}$, trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$

$\because$ Dans le $\Delta ADE$: $m(\angle ADE) = 90°$

$\therefore tg\,\theta = \frac{ED}{AD}$ $\quad$ et $\because tg\,\theta = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{x}{8} = \frac{3}{4}$ $\quad\therefore x = \frac{8 \times 3}{4} = 6$

$\because$ Dans le $\Delta ABC$: $m(\angle B) = 90°$

$\therefore tg\,\theta = \frac{CB}{AB}$ $\quad\therefore \frac{12}{y+8} = \frac{3}{4}$

$\therefore y + 8 = \frac{4 \times 12}{3} = 16$ $\quad\therefore y = 16 - 8 = 8$

### Auto-évaluation 3

Dans la figure suivante:



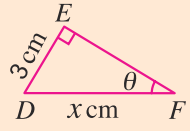

Si $tg\,\theta = \frac{24}{7}$,

trouve: $\sin\theta$ et $\cos\theta$

Si la longueur de $\overline{AC} = 12{,}5$ cm, trouve la longueur de chacun de: $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$

### Auto-évaluation 4

Dans la figure suivante:





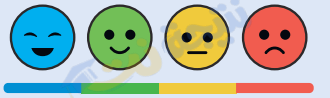


Si $\sin\theta = \frac{1}{2}$, trouve la valeur de chacun de: $x$ et $y$



nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon

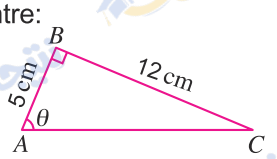


**Premièrement** **Mesurer les concepts**



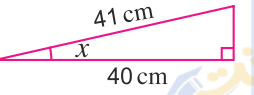
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1 Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $\sin\theta$?




(a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{12}{13}$
(c) $\frac{5}{13}$ (d) $\frac{12}{5}$

2 Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $tg\,X$?




(a) $\frac{40}{41}$ (b) $\frac{9}{41}$
(c) $\frac{9}{40}$ (d) $\frac{40}{9}$

3 Si $\sin\theta = \frac{1}{2}$ et $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, quelle est la valeur de $tg\,\theta$?

(a) 1 (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

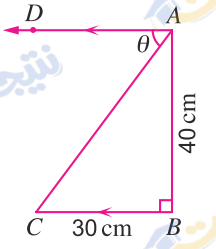
4 Si $A$ et $B$ sont les mesures de deux angles complémentaires et $\sin A = \frac{12}{13}$, quelle est la valeur de $\cos B$?

(a) $\frac{12}{13}$ (b) $\frac{5}{13}$
(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{13}{12}$

5 $ABC$ est un triangle rectangle en $B$, si $26\,AB = 10\,AC$, quelle est la valeur de $tg\,C$?

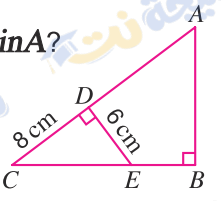
(a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{5}{12}$
(c) $\frac{12}{13}$ (d) $\frac{5}{13}$

6 Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $\cos\theta$?



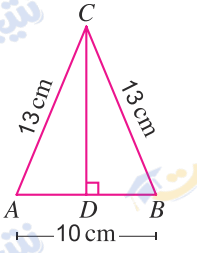

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

7 Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $\sin A$?



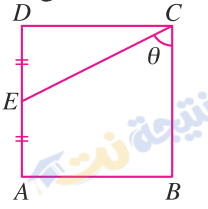

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

8 Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $\sin B$?



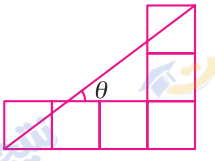

(a) $\frac{5}{13}$ (b) $\frac{12}{13}$
(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{12}{5}$

9 Dans la figure suivante:
$ABCD$ est un carré et $E$ est le milieu de $\overline{AD}$, quelle est la valeur de $tg\,\theta$?




(a) 2 (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

10 Dans la figure suivante:
6 carrés identiques sont représentés, quelle est la valeur de $\sin\theta$?




(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{5}$

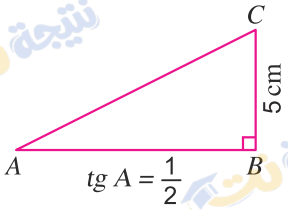


nezakr.natega4dk.net

▸ **Découvre l'erreur:**

(11) Wael et Sarah ont chacun calculé la longueur de chacun de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$

Leurs réponses étaient les suivantes. Lequel des deux a trouvé les longueurs de manière correcte?




**La solution de Wael:**

$\because tg\ A = \frac{CB}{AB}$ $\quad \therefore \frac{5}{AB} = \frac{1}{2}$

$\therefore AB = 2 \times 5 = 10$ cm

$\therefore AC = \sqrt{(5)^2 + (10)^2} = 5\sqrt{5}$ cm

**La solution de Sarah:**

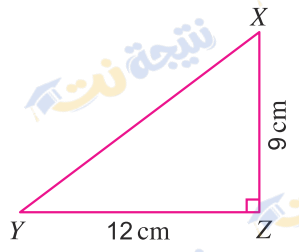
$\because tg\ A = \frac{AB}{BC}$ $\quad \therefore \frac{AB}{5} = \frac{1}{2}$

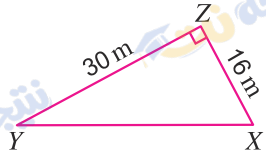
$\therefore AB = \frac{5}{2} = 2{,}5$ cm

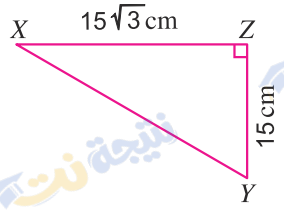
$\therefore AC = \sqrt{(5)^2 + (2{,}5)^2} = 2{,}5\sqrt{5}$ cm

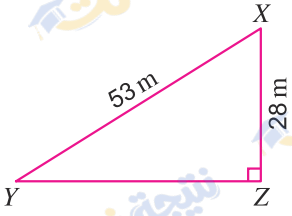
## Deuxièmement Appliquer les concepts

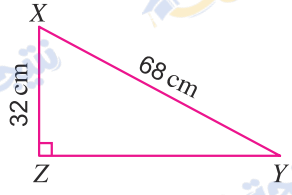
(12) Dans chacun de ce qui suit, trouve: $\sin X$ , $\cos X$ , $tg\ X$ , $\sin Y$ , $\cos Y$ et $tg\ Y$ :

① 


② 


③ 

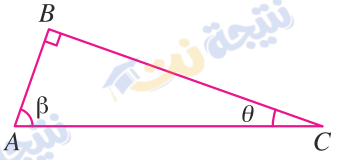

④ 


⑤ 


⑥ 


(13) Dans la figure ci-contre:

Si $\sin \theta = \frac{1}{3}$ , trouve:

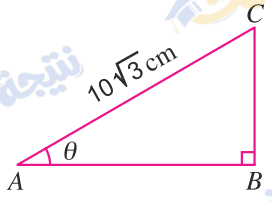



① $\cos \theta$ ② $tg\ \theta$

③ $\cos \beta$ ④ $tg\ \beta$

(14) Dans la figure ci-contre:

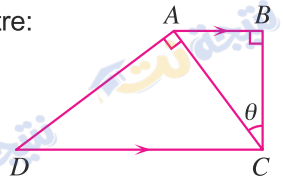
Si $tg\ \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, trouve la longueur de chacun de: $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$






nezakr.natega4dk.net

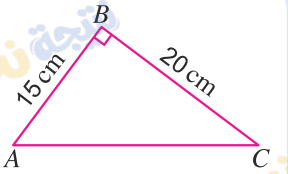
15 Dans la figure ci-contre:




$ABCD$ est un quadrilatère dans lequel $\overline{AB} // \overline{DC}$, $m(\angle B) = m(\angle CAD) = 90°$ et la longueur de $\overline{AD} = 16$ cm.

Si $tg\,\theta = \frac{3}{4}$, trouve la longueur de $\overline{DC}$

16 Dans la figure ci-contre:




$ABC$ est un triangle dans lequel $m(\angle B) = 90°$, la longueur de $\overline{AB} = 15$ cm et la longueur de $\overline{BC} = 20$ cm.

Prouve chacun de ce qui suit:

① $tg\,A \times tg\,C = 1$

② $sin^2 A + sin^2 C = 1$

③ $cos\,A\,cos\,C - sin\,A\,sin\,C = 0$

## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

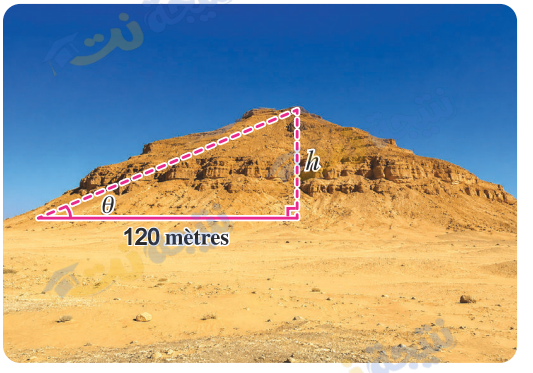
17 Dans la figure suivante:

Trouve chacun de: $sin\,\theta$, $cos\,\theta$ et $tg\,\theta$




18 Dans la figure suivante:

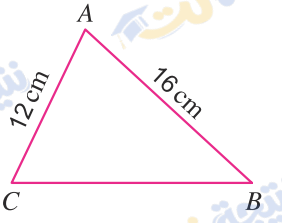
Si $sin\,\theta = \frac{5}{13}$, trouve la hauteur de la montagne $(h)$ en mètres.




## Pensée créative

19 Dans la figure ci-contre:

Si $ABC$ est un triangle acutangle, trouve la valeur de: $\frac{sin\,C}{sin\,B}$




**Évalue** *ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension des rapports trigonométriques d'un angle aigu?

Coche la case appropriée.





nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 5

# Les rapports trigonométriques de quelques angles particuliers

## ■ Résultats d'apprentissage

- Connaître les rapports trigonométriques des angles particuliers **(30°** , **60°** et **45°).**
- Utiliser la calculatrice pour trouver les rapports trigonométriques d'un angle connaissant sa mesure.
- Trouver la mesure d'un angle connaissant l'un de ses rapports trigonométriques en utilisant la calculatrice.
- Utiliser les rapports trigonométriques pour résoudre des problèmes de la vie.

## ■ Vocabulaire

- Les angles particuliers

## ■ Réfléchis avec tes camarades

- Dans le triangle **30°-60°-90°**, si la longueur du côté opposé à l'angle de **30°** est **1** cm, comment peux-tu déduire la longueur de l'hypoténuse et la longueur du côté opposé à l'angle de **60°**?
- Dans le triangle rectangle dont l'un des angles aigus mesure **45°**, si la longueur de l'un des côtés de l'angle droit est **1** cm, comment peut-on déduire les longueurs des deux autres côtés?

## Sois prêt!

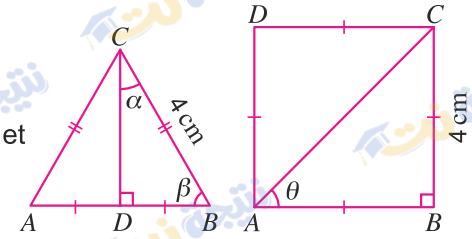
Les obélisques de l'Égypte antique sont de hautes tours de pierre qui ornent les temples. Leur base est de forme quadrilatérale et est surmontée d'une petite pointe pyramidale. Ils étaient les premiers cadrans solaires, car l'ancien Égyptien observait l'ombre projetée au sol par l'obélisque, et l'ombre se déplaçait et changeait de longueur et de direction, indiquant ainsi les différents moments de la journée.
Si les rayons du soleil forment un angle de **45°** avec le sol, quelle est la longueur de l'ombre d'un obélisque de **40** mètres de hauteur?
**Dans cette leçon, tu apprendras comment calculer les rapports trigonométriques, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.**



L'un des obélisques égyptiens

## Réfléchis et discute!

Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $\theta$ dans le carré?
Quelle est la valeur de chacun de $\alpha$ et $\beta$ dans le triangle?
Peux-tu connaître les rapports trigonométriques pour chacun de $\theta$ , $\beta$ et $\alpha$?

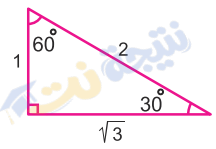
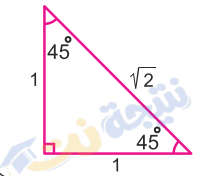



*ABC* est un triangle équilatéral — *ABCD* est un carré

## Apprends!

### Les rapports trigonométriques de quelques angles particuliers

On peut utiliser un triangle rectangle dont les angles sont (**30°** , **60°** et **90°**) et un triangle rectangle dont les angles sont (**45°** , **45°**et **90°**) pour déduire les rapports trigonométriques de quelques angles particuliers **30°**, **60°** et **45°** comme ce qui suit:

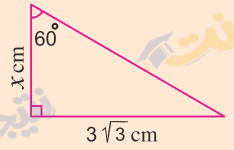
| Le triangle | Sinus (*sin*) | Cosinus (*cos*) | Tangente (*tg*) |
|---|---|---|---|
|   | $\sin 30° = \frac{1}{2}$ | $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $tg\,30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| | $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\cos 60° = \frac{1}{2}$ | $tg\,60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ |
|   | $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $tg\,45° = \frac{1}{1} = 1$ |

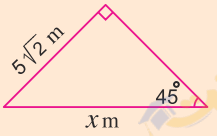


nezakr.natega4dk.net

## ■ Auto-évaluation (1)

Trouve la valeur de $x$ dans chacun de ce qui suit:

1 


2 


## ■ Réfléchis avec tes camarades

Quand est-ce-que tu utilises *sin* , *cos* ou *tg* pour trouver la longueur d'un côté inconnu dans le triangle rectangle?

## ■ Rappelle-toi que

Les unités de mesure de l'angle sont le degré, la minute et la seconde, où:

- Le degré est égal à 60 minutes ($1° = 60'$)
- La minute est égale à 60 secondes ($1' = 60''$)

## ■ Auto-évaluation (2)

En utilisant la calculatrice, trouve la valeur de chacun de ce qui suit, en arrondissant le résultat à quatre décimales près:

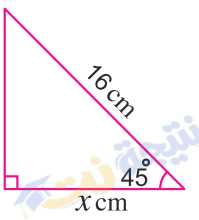
1 $tg\ 12°$
2 $sin\ 32°\ 14'$
3 $cos\ 47°\ 15'\ 39''$

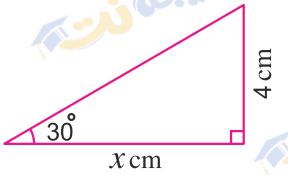
## ■ Réfléchis

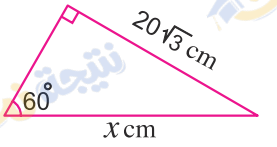
Peux-tu utiliser la calculatrice pour trouver les rapports trigonométriques pour chacun des deux angles 0° et 90°?

### Exemple (1)

Trouve la valeur de $x$ dans chacune des figures suivantes:

1 


2 


3 


1 $\because \cos 45° = \frac{x}{16}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{x}{16}$

$\therefore x = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$

2 $\because tg\ 30° = \frac{4}{x}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{x}$

$\therefore x = 4\sqrt{3}$

3 $\because \sin 60° = \frac{20\sqrt{3}}{x}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{x}$

$\therefore x = 40$

## L'utilisation de la calculatrice pour trouver les rapports trigonométriques

Trouver les rapports trigonométriques de n'importe quel angle, connaissant sa mesure, en utilisant la calculatrice, avec les touches:

sin , cos et tan

### Exemple (2)

En utilisant la calculatrice, trouve la valeur de chacun de ce qui suit, en arrondissant le résultat à quatre décimales près:

1 $sin\ 42°$ 2 $cos\ 15°\ 17'$ 3 $tg\ 74°\ 12'\ 36''$

1 sin 4 2 =

$\therefore sin\ 42° \approx 0{,}6691$

2 cos 1 5 °''' 1 7 °''' =

$\therefore cos\ 15°\ 17' \approx 0{,}9646$

3 tan 7 4 °''' 1 2 °''' 3 6 °''' =

$\therefore tg\ 74°\ 12'\ 36'' \approx 3{,}5363$

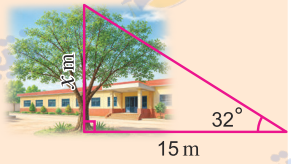


nezakr.natega4dk.net

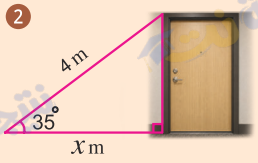
## Auto-évaluation ③

Dans chacun de ce qui suit, trouve la valeur de $x$ à deux décimales près:

1




2



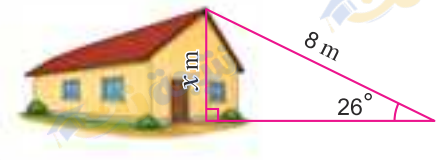

## Exemple 3

Trouve la valeur de $x$ à deux décimales près dans chacun de ce qui suit:

1




2




① $\because tg\,54° = \frac{6}{x}$

$\therefore x = \frac{6}{tg\,54°} \approx 4{,}36$

② $\because sin\,26° = \frac{x}{8}$

$\therefore x = 8\,sin\,26° \approx 3{,}51$

## La détermination de la mesure d'un angle connaissant l'un de ses rapports trigonométriques

Si $\theta$ est un angle aigu et que:

- $sin\,\theta = x$, alors $\theta = sin^{-1}(x)$
- $cos\,\theta = x$, alors $\theta = cos^{-1}(x)$
- $tg\,\theta = x$, alors $\theta = tg^{-1}(x)$

**Par exemple:** Si $sin\,\theta = 0{,}834$, alors $\theta$ est l'angle dont le sinus est **0,834**

Pour trouver la mesure de cet angle, on utilise les touches de la calculatrice dans l'ordre suivant:

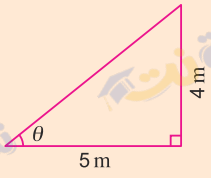



On trouver que la mesure de cet angle est approximativement égale à **56° 30′ 43″**

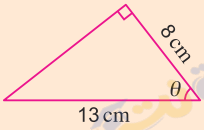
## Auto-évaluation ④

Trouve la valeur de $\theta$ dans chacun de ce qui suit:

1



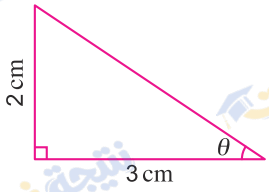

2



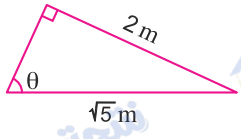

## Exemple 4

Trouve la valeur de $\theta$ dans chacun de ce qui suit:

1




2




① $\because tg\,\theta = \frac{2}{3}$

$\therefore \theta = tg^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

$\therefore \theta \approx 33° 41′ 24″$

② $\because sin\,\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \theta = sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

$\therefore \theta \approx 63° 26′ 6″$



nezakr.natega4dk.net

■ **Auto-évaluation (5)**

Trouve la valeur de $\theta$ si:

$\sqrt{3}\ sin(\theta - 16°) = sin\ 60°$

où $(\theta - 16°)$ est un angle aigu.

■ **Auto-évaluation (6)**

Trouve la valeur de $\theta$ dans chacun de ce qui suit, où $\theta$ est un angle aigu.

1. $sin\ 75° = cos\ \theta$
2. $sin(\theta - 20°) = cos(\theta + 20°)$

■ **Remarque que**

Pour deux angles aigus $\theta$ et $\beta$, si $sin\ \theta = cos\ \beta$, alors $\theta + \beta = 90°$

**Exemple (5)**

**Trouve la valeur de $\theta$ si:**

$2\ cos(\theta + 20°) = tg\ 45°$ , où $(\theta + 20°)$ est un angle aigu.

$\because 2\ cos(\theta + 20°) = tg\ 45°$

$\therefore 2\ cos(\theta + 20°) = 1$ $\qquad$ $\therefore cos(\theta + 20°) = \frac{1}{2}$

$\therefore \theta + 20° = 60°$ $\qquad$ $\therefore \theta = 40°$

**Exemple (6)**

Dans le $\Delta ABC$ , si $m(\angle B) = 72°$ et $sin\ A = cos\ 2A$ , où $(2A)$ est un angle aigu, trouve: $m(\angle C)$

$\because sin\ A = cos\ 2A$ $\qquad$ $\therefore A + 2A = 90°$

$\therefore 3A = 90°$ $\qquad$ $\therefore A = 30°$

$\therefore m(\angle C) = 180° - (72° + 30°) = 78°$

# Évaluation de la leçon

**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Si $sin\ 40° = cos\ y$ , où $y$ est la mesure d'un angle aigu, quelle est la valeur de $y$?

(a) 30° (b) 40° (c) 50° (d) 60°

(2) Quelle est la valeur de $(sin\ 30°)^2 + (cos\ 30°)^2$?

(a) $sin\ 60°$ (b) $sin\ 45°$

(c) $tg\ 45°$ (d) $cos\ 60°$

(3) Si $ABC$ est un triangle isocèle rectangle en $C$ , quelle est la valeur de $tg\ B$?

(a) 1 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(4) Dans le triangle acutangle $ABC$ , si $m(\angle A) = 70°$ et $cos\ B = sin\ B$ , quelle est la mesure de m $(\angle C)$ ?

(a) 65° (b) 70° (c) 40° (d) 30°

(5) Si $\theta$ est un angle aigu et $sin(\theta - 10°) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , quelle est la valeur de $\theta$?

(a) 65° (b) 55° (c) 45° (d) 35°

(6) Si $sin\ 4\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , où $4\theta$ est un angle aigu, quelle est la valeur de $\theta$?

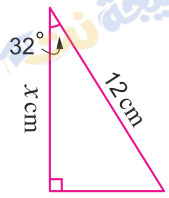
(a) 15° (b) 30° (c) 45° (d) 60°

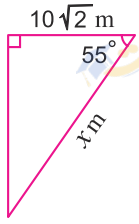


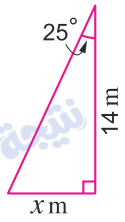
nezakr.natega4dk.net

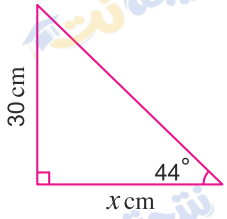
## Deuxièmement Appliquer les concepts

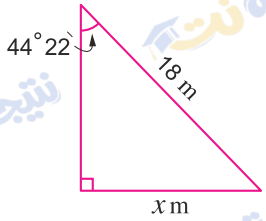
**7** Dans chacun de ce qui suit, trouve la valeur de $x$ à deux décimales près:

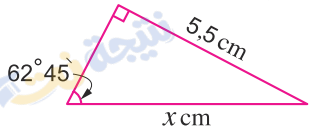
① 


② 

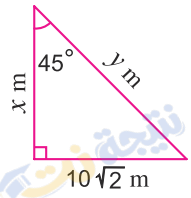

③ 

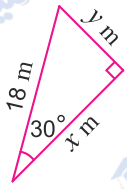

④ 

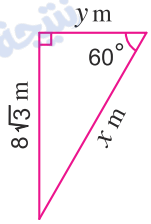

⑤ 


⑥ 


**8** Dans chacun de ce qui suit, trouve la valeur de chacun de $x$ et $y$:

① 


② 


③ 


**9** Trouve la valeur de $x$ dans chacun de ce qui suit:

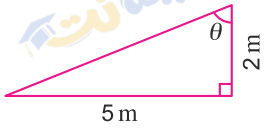
① $x \ tg\ 45° \ cos\ 30° = tg\ 60°$ ② $x \ sin\ 45° \ cos\ 45° \ tg\ 60° = (tg\ 45°)^2 - (cos\ 60°)^2$

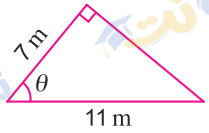
**10** Trouve la valeur de $\theta$ dans chacun de ce qui suit:

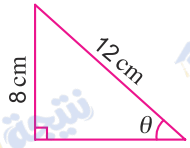
① $cos\ 4\theta = \frac{1}{2}$, où $4\theta$ est un angle aigu. ② $tg\ 3\theta = \sqrt{3}$, où $3\theta$ est un angle aigu.

③ $\frac{cos\ 4\theta}{sin\ 2\theta} = 1$, où $4\theta$ est un angle aigu.

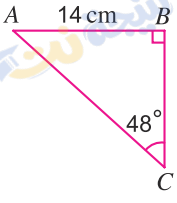
**11** Trouve la valeur de $\theta$ dans chacun de ce qui suit:

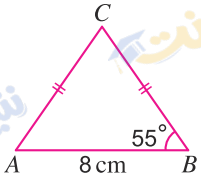
① 

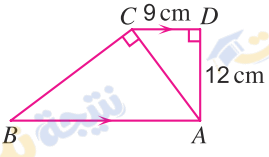

② 


③ 


**12** Dans chacun de ce qui suit , trouve le périmètre de $\Delta\ ABC$ à deux décimales près:

① 


② 


③ 



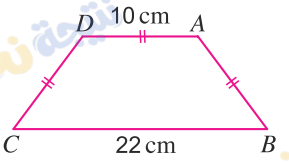

nezakr.natega4dk.net

⑬ Dans la figure ci-contre:

Dans le trapèze $ABCD$ , $AB = AD = DC = 10$ cm et $BC = 22$ cm

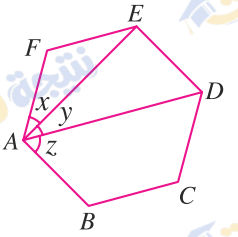
Trouve $m(\angle C)$ à une minute près,

puis trouve l'aire du trapèze $ABCD$




⑭ Dans la figure ci-contre:

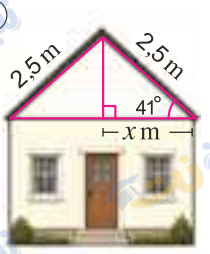
Si $ABCDEF$ est un hexagone régulier, trouve: $2\sin X + 4\sin y - 6\cos z$




## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

⑮ Trouve la valeur de $X$ dans chacun de ce qui suit, au dixième près:

① 


② 


③ 

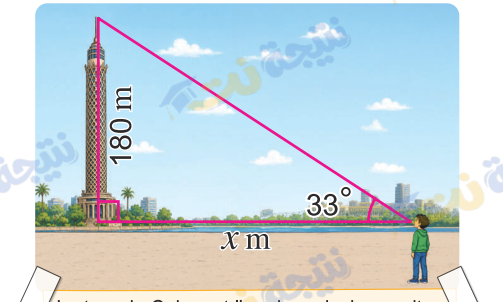

⑯ **Sports:**

Dans la figure ci-contre:

Lors de la construction d'une rampe pour vélos, l'angle d'inclinaison de la rampe mesure **16°** . Si la longueur de la rampe est de **10** mètres, quelle est sa hauteur?




Veille à faire régulièrement de l'exercice: car cela contribue à préserver la santé du corps,à favoriser la discipline et à organiser le temps.




La tour du Caire est l'un des principaux sites touristiques, elle a été construite en béton armé en forme de fleur de lotus égyptienne.

⑰ **Tourisme:**

Dans la figure ci-contre:

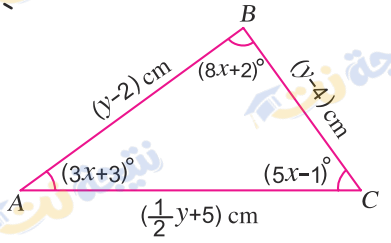
Si la hauteur de la tour du Caire est de **180** mètres et qu'Ahmed observe son sommet sous un angle de **33°**, quelle est la distance entre Ahmed et la base de la tour?

## Pensée créative

⑱ Dans la figure ci-contre:

Si $\sin 54° \approx 0{,}8$ ,

trouve le périmètre de $\Delta ABC$




***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension des rapports trigonométriques de quelques angles particuliers?
Coche la case appropriée.





nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 6

# La relation entre les pentes de deux droites parallèles et perpendiculaires

## Résultats d'apprentissage

- Déduire la pente d'une droite à partir de la tangente de son angle d'inclinaison.
- Connaître la relation entre les pentes de deux droites parallèles.
- Connaître la relation entre les pentes de deux droites perpendiculaires.
- Résoudre des problèmes de la vie en utilisant la pente d'une droite.

## Vocabulaire

- La pente d'une droite
- Les deux droites parallèles
- Les deux droites perpendiculaires

## Rappelle-toi que

La pente de la droite $(p)$ passant par les deux points $(x_1 ; y_1)$ et $(x_2 ; y_2)$ est donnée par: $p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

## Sois prêt!



Le 6 octobre de chaque année, l'Égypte célèbre l'anniversaire des glorieuses victoires d'Octobre, le jour de la fierté et de la dignité , par de spectaculaires démonstrations aériennes qui embellissent le ciel de la patrie. Lors de l'une de ces démonstrations aériennes, les avions suivent des trajectoires parallèles. Si l'un des avions suit une trajectoire passant par les deux points $(100\sqrt{3} ; 201)$ et $(300\sqrt{3} ; 401)$ et qu'un autre avion suit une trajectoire formant un angle positif $\theta$ avec le sens positif de l'axe des $x$, trouve la mesure de l'angle $\theta$

**Dans cette leçon, tu apprendras la relation entre les pentes de deux droites parallèles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Si Magdy trace deux droites $\ell_1$ et $\ell_2$ où $\ell_1$ passe par les deux points $(7 ; 5)$ et $(6 ; -1)$ et $\ell_2$ passe par les deux points $(-4 ; 4)$ et $(2 ; 3)$, lequel de ce qui suit est correct?

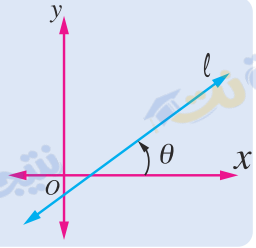
$\ell_1 // \ell_2$ | $\ell_1 \perp \ell_2$ | $\ell_1$ et $\ell_2$ sont sécantes et ne sont pas perpendiculaires

## Apprends!

### L'angle d'inclinaison d'une droite

L'angle d'inclinaison d'une droite est l'angle que fait la droite avec le sens positif de l'axe des $x$, lorsqu'il est mesuré dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à partir du sens positif de l'axe des $x$.

L'angle d'inclinaison de la droite $\ell = \theta$




### La pente d'une droite

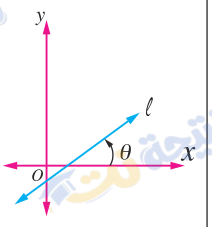
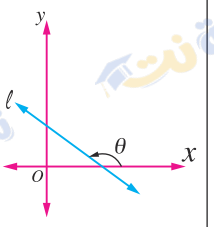
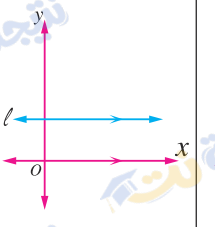
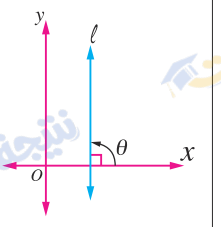
La pente d'une droite est la tangente de son angle d'inclinaison $p = tg\ \theta$.

Par exemple: La pente d'une droite dont l'angle d'inclinaison mesure **45°** est $tg\ 45°$. C'est-à-dire que: $p = tg\ 45° = 1$



nezakr.natega4dk.net

## Remarque:

| La pente est positive | La pente est négative | La pente est nulle | La pente est indéfinie |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| $0° < \theta < 90°$<br>$tg\,\theta > 0$ | $90° < \theta < 180°$<br>$tg\,\theta < 0$ | $\theta = 0°$<br>$tg\,\theta = 0$ | $\theta = 90°$<br>$tg\,\theta$ est indéfinie |

Par exemple:

- La pente de la droite dont l'angle d'inclinaison mesure 60° est $tg\,60° = \sqrt{3}$
- La pente de la droite dont l'angle d'inclinaison mesure 150° est $tg\,150° = \dfrac{-\sqrt{3}}{3}$

### Exemple 1

Trouve la mesure de l'angle d'inclinaison de la droite $\ell$ si:

1. La pente de la droite $\ell$ est égale à $\dfrac{3}{7}$
2. La droite $\ell$ passe par les deux points $(5\,;\,6)$ et $(4\,;\,7)$

1) $\because p = \dfrac{3}{7}$ $\quad\therefore \theta = tg^{-1}\left(\dfrac{3}{7}\right)$




$\therefore \theta \approx 23°\ 11'\ 55''$

∴ La mesure de l'angle d'inclinaison de la droite $\ell \approx 23°\ 11'\ 55''$

2) $\because p = \dfrac{6-7}{5-4} = -1$ $\quad\therefore \theta = 180° + tg^{-1}(-1)$




$\therefore \theta = 135°$

∴ La mesure de l'angle d'inclinaison de la droite $\ell = 135°$

### Exemple 2

Si la droite passant par les deux points $A\,(2k+1\,;-5)$ et $B\,(-3\,;k)$ a un angle d'inclinaison de mesure 45°, Trouve la valeur de $k$

$\because$ La pente de la droite $= tg\,45°$

$\therefore \dfrac{-5-k}{2k+1+3} = tg\,45°$ $\quad\therefore \dfrac{-5-k}{2k+4} = 1$ $\quad\therefore 2k+4 = -5-k$

$\therefore 2k+k = -5-4$ $\quad\therefore 3k = -9$ $\quad\therefore k = -3$

### Rappelle-toi que

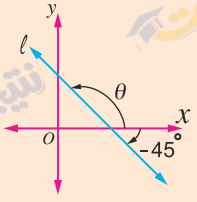
- La pente de toute droite horizontale (parallèle à l'axe des $x$) est égale à zéro.
- La pente de toute droite verticale (parallèle à l'axe des $y$) est indéfinie.

### Auto-évaluation 1

Trouve la mesure de l'angle d'inclinaison de la droite $\ell$ si

1. La pente de la droite $\ell$ est égale à $\dfrac{5}{6}$
2. La droite $\ell$ passe par les deux points $(3\,;-\sqrt{3})$ et $(-1\,;3\sqrt{3})$

### Remarque que




Lorsqu'on utilise une calculatrice pour trouver la mesure d'un angle d'inclinaison négatif, on trouve que:
$tg^{-1}(-1) = -45°$.
Il s'agit de la mesure de l'angle entre le sens positif de l'axe des $x$ et la droite, mesurée dans le sens horaire, et non de l'angle d'inclinaison. Donc:
$\theta = 180° + tg^{-1}(-1) = 135°$

### Auto-évaluation 2

Si la droite passant par les deux points $(1\,;k)$ et $(2k\,;5)$ a un angle d'inclinaison dont la mesure est 135°, trouve la valeur de $k$.



nezakr.natega4dk.net

## La relation entre les pentes de deux droites parallèles

Si $\ell_1$ et $\ell_2$ sont deux droites non verticales de pentes respectives $p_1$ et $p_2$

Et $\ell_1 // \ell_2$ , alors $p_1 = p_2$

C'est-à-dire que: si deux droites sont parallèles, alors leurs pentes sont égales.

Et réciproquement .

Si $p_1 = p_2$ , alors $\ell_1 // \ell_2$

C'est-à-dire que: si les pentes de deux droites sont égales, alors les deux droites sont parallèles.

**Exemple 3**

Prouve que la droite passant par les deux points $A(2 ; 1)$ et $B(4 ; -1)$ est parallèle à la droite dont l'angle d'inclinaison mesure $135°$

En supposant que la pente de $\overleftrightarrow{AB} = p_1$ , la pente de la deuxième droite est $= p_2$

$\therefore p_1 = \frac{1-(-1)}{2-4} = -1$

$\therefore p_2 = tg\,135° = -1$

$\therefore p_1 = p_2$

$\therefore$ Les deux droites sont parallèles.

**Exemple 4**

Utilise les pentes pour prouver que les points $A(4 ; 3)$ , $B(2 ; 7)$ et $C(8 ; -5)$ sont alignés.

En supposant que la pente de $\overleftrightarrow{AB} = p_1$

$\therefore p_1 = \frac{7-3}{2-4} = -2$

En supposant que la pente de $\overleftrightarrow{AC} = p_2$

$\therefore p_2 = \frac{3+5}{4-8} = -2$

$\therefore p_1 = p_2$

et que le point $A$ est un point commun à $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{AC}$

$\therefore$ Les points $A$ , $B$ et $C$ sont alignés.

## La relation entre les pentes de deux droites perpendiculaires

Si $\ell_1$ et $\ell_2$ sont deux droites de pentes respectives $p_1$ et $p_2$ et qu'aucune des deux n'est parallèle à l'un des axes

Et $\ell_1 \perp \ell_2$ , alors $p_1 \times p_2 = -1$

C'est-à-dire que: le produit des pentes de deux droites perpendiculaires est égal à $-1$

Et réciproquement .

Si $p_1 \times p_2 = -1$ , alors $\ell_1 \perp \ell_2$

C'est-à-dire que: si le produit des pentes de deux droites est égal à $-1$ , alors les deux droites sont perpendiculaires.

**Remarque que**

N'importe quelles deux droites verticales sont parallèles.

**Auto-évaluation (3)**

Si la droite $\ell_1$ passe par les deux points $(9 ; 4)$ et $(2 ; -1)$ et la droite $\ell_2$ passe par les deux points $(-2 ; 2)$ et $(5 ; 7)$, prouve que: $\ell_1 // \ell_2$

**Auto-évaluation (4)**

Si les points $A(1 ; -2)$ , $B(4 ; k)$ et $C(7 ; 3k-1)$ sont alignés, trouve la valeur de $k$

**Remarque que**

- Si l'une de deux droites est verticale et l'autre est horizontale, alors les deux droites sont perpendiculaires.
- Si la pente de la droite $\ell_1$ est $\frac{a}{b}$ (où $a \neq 0$) , alors la pente de la droite $\ell_2$ qui lui est perpendiculaire est $\frac{-b}{a}$



nezakr.natega4dk.net

**■ Auto-évaluation (5)**

Prouve que la droite passant par les deux points $A(\sqrt{3}\,;-1)$ et $B(3\sqrt{3}\,;1)$ est perpendiculaire à la droite dont l'angle d'inclinaison mesure **120°**

**Exemple 5**

Si la droite $\ell_1$ passe par les deux points $(-1\,;6)$ et $(5\,;2)$ et la droite $\ell_2$ passe par les deux points $(6\,;8)$ et $(-2\,;-4)$, prouve que: $\ell_1 \perp \ell_2$

$\because p_1 = \dfrac{6-2}{-1-5} = \dfrac{4}{-6} = \dfrac{-2}{3}$ et $p_2 = \dfrac{8+4}{6+2} = \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}$

$\therefore p_1 \times p_2 = \dfrac{-2}{3} \times \dfrac{3}{2} = -1$ $\quad \therefore \ell_1 \perp \ell_2$

**■ Auto-évaluation (6)**

Si les points $A(6\,;2)$, $B(4\,;8)$ et $C(-12\,;k)$ sont les sommets d'un triangle rectangle en $A$, trouve la valeur de $k$

**Exemple 6**

Prouve que les points $A(0\,;-1)$, $B(-3\,;2)$, $C(-1\,;4)$ et $D(2\,;1)$ sont les sommets d'un rectangle.

$\because$ La pente de $\overleftrightarrow{AB} = \dfrac{2-(-1)}{-3-0} = -1$

et la pente de $\overleftrightarrow{CD} = \dfrac{1-4}{2-(-1)} = -1$

$\therefore$ La pente de $\overleftrightarrow{AB}$ = La pente de $\overleftrightarrow{CD}$

$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ (1)

$\because$ La pente de $\overleftrightarrow{AD} = \dfrac{1-(-1)}{2-0} = 1$ et la pente de $\overleftrightarrow{CB} = \dfrac{4-2}{-1-(-3)} = 1$

$\therefore$ La pente de $\overleftrightarrow{AD}$ = La pente de $\overleftrightarrow{CB}$

$\therefore \overline{AD} \,//\, \overline{CB}$ (2)

De (1) et (2): Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

$\because$ La pente de $\overleftrightarrow{AB} \times$ La pente de $\overleftrightarrow{AD} = -1 \times 1 = -1$

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{AD}$

$\therefore$ Le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

**■ Réfléchis avec tes camarades**

Comment peux-tu prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange, ou un carré en utilisant les pentes des droites?

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Si $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$ et que la pente de $\overleftrightarrow{AB} = \dfrac{-2}{3}$, quelle est la pente de $\overleftrightarrow{CD}$?

(a) $\dfrac{2}{3}$ (b) $\dfrac{3}{2}$ (c) $\dfrac{-2}{3}$ (d) $\dfrac{-3}{2}$

(2) Quelle est la pente de la droite perpendiculaire à la droite passant par les deux points $(6\,;3)$ et $(-2\,;-4)$?

(a) $\dfrac{-7}{8}$ (b) $\dfrac{7}{8}$ (c) $\dfrac{-8}{7}$ (d) $\dfrac{8}{7}$

(3) Quelle est la pente de la droite dont l'angle d'inclinaison mesure **60°**?

(a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\dfrac{1}{2}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(4) Quelle est la pente de la droite perpendiculaire à l'axe des $X$?

(a) 0 (b) 1

(c) –1 (d) Indéfinie



nezakr.natega4dk.net

(5) Si les deux droites dont les pentes sont $\frac{-5}{3}$ et $\frac{k}{6}$ sont parallèles, quelle est la valeur de $k$?

(a) 10 (b) $-10$ (c) 5 (d) $-5$

(6) Si $ABC$ est un triangle rectangle en $B$ et que $A=(2;4)$ et $B=(4;0)$, quelle est la pente de $\overleftrightarrow{BC}$?

(a) $-2$ (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-1}{2}$

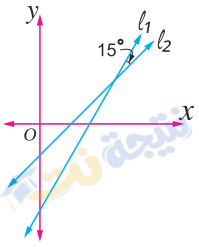
(7) Dans le carré $ABCD$, si la pente de $\overleftrightarrow{AB}$ est égale à $\sqrt{3}$, quelle est la pente de $\overleftrightarrow{BC}$?

(a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (b) $-\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(8) Dans le losange $ABCD$, si la pente de $\overleftrightarrow{BD}$ est égale à $\frac{3}{4}$, quelle est la pente de $\overleftrightarrow{AC}$?

(a) $\frac{-4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{-3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

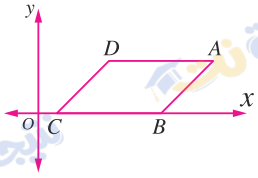
(9) Dans la figure ci-contre:
Si la pente de $\ell_1 = \sqrt{3}$, quelle est la pente de $\ell_2$?




(a) $tg\ 15^o$ (b) $tg\ 30^o$
(c) $tg\ 45^o$ (d) $tg\ 60^o$

(10) Dans la figure ci-contre:
Si $ABCD$ est un parallélogramme et que $A(6;2)$ et $B(4;0)$, quelle est la mesure de $\angle BCD$?

(a) $75^o$ (b) $60^o$
(c) $45^o$ (d) $30^o$




## Deuxièmement Appliquer les concepts

(11) Trouve la pente de la droite dont l'angle d'inclinaison mesure $\theta$, si $\theta$ est égale à:

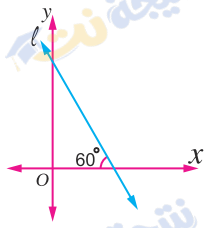
① $0^o$ ② $30^o$ ③ $75^o 4' 7''$ ④ $135^o$

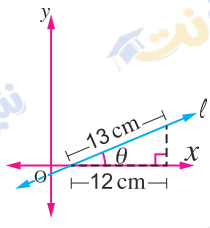
(12) Trouve la mesure de l'angle d'inclinaison d'une droite dont la pente est $(p)$, si $p$ est égale à:

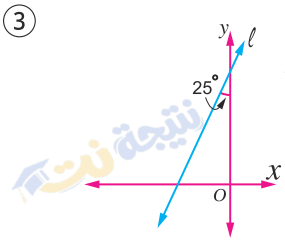
① 0,4 ② $\frac{-2}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$

(13) Dans chacune des figures suivantes, trouve la pente de la droite $\ell$:

① ② ③




(14) Si la droite passant par les deux points $A(3k;1)$ et $B(1;2)$ a un angle d'inclinaison de mesure $\theta$, et que $tg\ \theta = \frac{1}{2}$, trouve la valeur de $k$

(15) Si la droite passant par les deux points $A(-4\sqrt{3}\ ;k-6)$ et $B(2\sqrt{3}\ ;2k+1)$ a un angle d'inclinaison de mesure 60°, trouve la valeur de $k$

(16) Détermine si $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ sont parallèles, perpendiculaires, ou sécantes sans être perpendiculaires:

① $A(-1;-4)$, $B(2;11)$, $C(1;1)$ et $D(4;10)$

② $A(2;8)$, $B(-1;-2)$, $C(3;7)$ et $D(0;-3)$

③ $A(-3;3)$, $B(0;2)$, $C(1;3)$ et $D(-2;-6)$

④ $A(-1;3)$, $B(4;8)$, $C(-6;0)$ et $D(2;8)$



nezakr.natega4dk.net

17 Prouve que la droite passant par les deux points $A(4;-3)$ et $B(5;-4)$ est perpendiculaire à la droite dont l'angle d'inclinaison mesure $45^\circ$

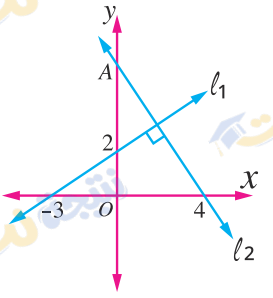
18 Si les points $A(1;4)$, $B(5;5)$ et $C(13;k)$ sont alignés, trouve la valeur de $k$

19 Prouve que les points $A(6;-5)$, $B(4;-7)$, $C(3;-3)$ et $D(5;-1)$ sont les sommets d'un parallélogramme.

20 Prouve que les points $A(3;-1)$, $B(5;4)$, $C(3;9)$ et $D(1;4)$ sont les sommets d'un losange.

21 Dans la figure ci-contre:

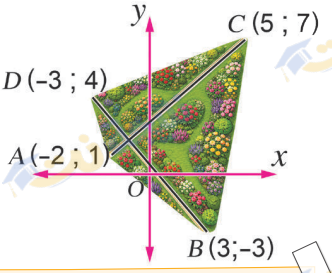
Si $\ell_1 \perp \ell_2$, trouve les coordonnées du point $A$




## Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

22 **Agriculture:** Un jardin dont les sommets sont les points $A(-2;1)$, $B(3;-3)$, $C(5;7)$ et $D(-3;4)$ et les deux allées $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ passent par le jardin.

Prouve que les deux allées sont perpendiculaires.




La plantation des jardins a une grande importance dans l'amélioration de la qualité de l'air et sa purification de la pollution.Elle est également une source de confort et de joie

23 **Fouilles:** Les paléontologues ont dessiné une carte d'un dinosaure en utilisant les coordonnées cartésiennes. L'un des os avait ses deux extrémités situées aux deux points $(-5;8)$ et $(10;-1)$ et un autre os avait ses deux extrémités situées aux deux points $(-10;-3)$ et $(-5;-6)$. Les deux os sont-ils parallèles?




24 Dans la figure ci-contre, les pièces en bois d'une chaise de plage sont représentées par les droites $\ell_1$, qui passe par les deux points $A(4;k)$ et $B(1;2)$, est perpendiculaire à $\ell_2$, qui passe par les deux points $C(1;4)$ et $D(-4;1)$.

Trouve la valeur de $k$

***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de la relation entre les pentes de deux droites parallèles et perpendiculaires?
Coche la case appropriée.





nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 3 - 7

# L'équation de la droite

## Résultats d'apprentissage

- Trouver l'équation de la droite en fonction de la pente et de l'ordonnée à l'origine.
- Trouver l'équation de la droite en fonction de la pente et d'un point.
- Connaître la forme standard de l'équation de la droite.
- Utiliser la pente de la droite et l'ordonnée à l'origine pour représenter graphiquement la droite.
- Utiliser l'équation de la droite pour résoudre certains problèmes de la vie.

## Vocabulaire

- L'équation de la droite
- L'ordonnée à l'origine

## Remarque que

L'équation de la droite de pente $m$ passant par l'origine $(0 ; 0)$ est:

$$y = px$$

## Sois prêt!



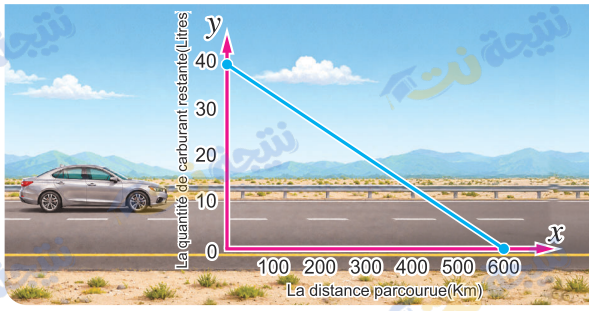
Boutiques de souvenirs

Le gouvernorat de Louxor est l'une des principales destinations touristiques au monde. Il abrite les temples de Karnak et de Louxor ainsi que la Vallée des Rois.
Supposons qu'une boutique de souvenirs près du temple de Louxor ait enregistré ses recettes annuelles. La relation entre le total des ventes (en milliers de livres égyptiennes) et l'année de vente est linéaire.
En **2020**, les ventes s'élevaient à **800 000** L.E. et augmentent de **40 000** L.E. chaque année en raison de l'augmentation du nombre de touristes. Peux-tu trouver l'équation qui représente les ventes $y$ en fonction de l'année de vente $x$ ( où $x = 0$ représente l'année **2020**, $x = 1$ représente l'année **2021** , etc ... )

**Dans cette leçon, tu apprendras les différentes formes de l'équation de la droite, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Sameh est parti en voiutre pour un trajet avec un réservoir plein de **40** litres. Si la voiture consomme **1** litre de carburant tous les **15** km. Laquelle des relations suivantes représente la relation entre la quantité de carburant restante $(y)$ et la distance parcourue $(x)$?




ⓐ $y = 40 - \frac{x}{15}$ ⓑ $y = 15x + 40$ ⓒ $y = x^2 - 40$

## Apprends!

### L'équation de la droite

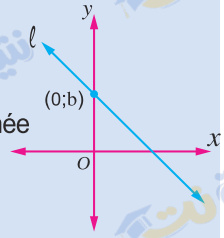
**L'équation de la droite en fonction de sa pente m et de l'ordonnée à l'origine**

Si la droite $\ell$ coupe l'axe des $y$ au point $(0 ; b)$

alors l'ordonnée à l'origine $= b$

L'équation de la droite $\ell$ en fonction de sa pente $p$ et de l'ordonnée à l'origine s'écrit sous la forme: $y = px + b$

la pente — l'ordonnée à l'origine




Par exemple: Si la pente de la droite $= \frac{4}{5}$ et l'ordonnée à l'origine $= -3$,

alors l'équation de cette droite est: $y = \frac{4}{5}x - 3$



nezakr.natega4dk.net

## Exemple 1

**Écris l'équation de la droite dans chacun de ce qui suit:**

1. L'angle d'inclinaison de la droite mesure **135°** et la droite passe par le point $(0\,;-4)$
2. La droite passe par l'origine et est perpendiculaire à la droite dont l'équation est: $y=-2x+3$

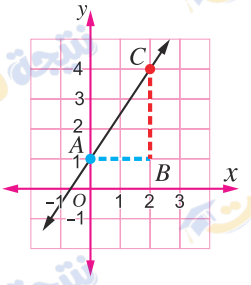
1. ∵ La mesure de l'angle d'inclinaison de la droite est 135°
   ∴ $p = tg\ 135° = -1$
   ∵ La droite passe par le point $(0\,;-4)$
   ∴ L'ordonnée à l'origine $= -4$
   ∴ L'équation de la droite demandée est $y=-x-4$

2. ∵ La droite passe par l'origine $(0\,;0)$
   ∴ L'équation de la droite est de la forme: $y = px$
   ∵ La pente de la droite $y=-2x+3$ est égale à $-2$
   ∴ La pente de la droite perpendiculaire $= \frac{1}{2}$
   ∴ L'équation de la droite demandée est $y=\frac{1}{2}x$

## Exemple 2

Écris l'équation de la droite dont la pente est $\frac{3}{2}$ et qui coupe l'axe des $y$ au point $(0\,;1)$, puis représente-la graphiquement en utilisant la pente et l'ordonnée à l'origine.

∵ La pente $= \frac{3}{2}$ et l'ordonnée à l'origine $= 1$
∴ L'équation de la droite est: $y=\frac{3}{2}x+1$
Pour représenter graphiquement la droite:
On représente le point $A\,(0\,;1)$

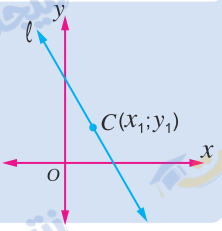



∵ La pente $= \frac{3}{2} = \frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}}$

∴ À partir du point $A$, on se déplace horizontalement de 2 unités vers la droite pour atteindre le point $B$, puis on se déplace verticalement de 3 unités vers le haut pour atteindre le point $C$, alors la droite $\overleftrightarrow{AC}$ est la représentation graphique demandée.

### L'équation de la droite en fonction de sa pente p et d'un point qui lui appartient

Si la droite $\ell$ a une pente $m$ et passe par le point $C(x_1\,;y_1)$, alors l'équation de la droite est $y-y_1=p\,(x-x_1)$




Par exemple: Si la pente de la droite $= \frac{2}{3}$ et la droite passe par le point $(3\,;4)$, alors l'équation de cette droite est: $y-4=\frac{2}{3}(x-3)$

### ■ Auto-évaluation (1)

Écris l'équation de la droite dans chacun de ce qui suit:

1. La droite passe par $(0\,;-3)$ et la tangente de son angle d'inclinaison est $\frac{5}{8}$
2. La droite est parallèle à la droite dont l'équation est $y=\frac{1}{3}x$ et l'ordonnée à l'origine $=-4$

### ■ Auto-évaluation (2)

Écris l'équation de la droite dont la pente est $\frac{-3}{4}$ et qui coupe l'axe des $y$ au point $(0\,;5)$, puis représente-la graphiquement en utilisant la pente et l'ordonnée à l'origine.

### ■ Remarque que

1. L'équation de l'axe des $x$ est $\boxed{y=0}$
2. L'équation de l'axe des $y$ est $\boxed{x=0}$
3. L'équation de la droite passant par le point $(x_1\,;y_1)$ et parallèle à l'axe des $x$ est $\boxed{y=y_1}$
4. L'équation de la droite passant par le point $(x_1\,;y_1)$ et parallèle à l'axe des $y$ est $\boxed{x=x_1}$



nezakr.natega4dk.net

**■ Auto-évaluation (3)**

Écris sous la forme pente-ordonnée à l'origine, l'équation de la droite passant par les deux points $(-3\,;-7)$ et $(2\,;-2)$

**Exemple (3)**

Écris l'équation de la droite passant par les deux points $(-4\,;5)$ et $(4\,;1)$ sous la forme: $y = px + b$

$\because p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{-4-4} = \frac{-1}{2}$

$\because$ L'équation de la droite dont la pente est $p$ et qui passe par le point $(x_1\,;y_1)$ est:

$y - y_1 = p(x - x_1)$

$\therefore$ L'équation de la droite est:

$y - 1 = \frac{-1}{2}(x-4)$

$\therefore y - 1 = \frac{-1}{2}x - \frac{-1}{2} \times 4$

$\therefore y - 1 = \frac{-1}{2}x + 2$

$\therefore y = \frac{-1}{2}x + 3$

**■ La diversité des stratégies**

En supposant que l'équation de la droite est $y = px + b$

$\because p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{-4-4} = \frac{-1}{2}$

$\therefore y = \frac{-1}{2}x + b$

$\because$ La droite passe par le point $(4\,;1)$

$\therefore 1 = \frac{-1}{2}(4) + b$

$\therefore b = 3$

$\therefore$ L'équation de la droite est : $y = \frac{-1}{2}x + 3$

**■ Remarque que**

Tu peux utiliser le point $(-4\,;5)$ au lieu du point $(4\,;1)$ pour former l'équation et obtenir la même forme de l'équation de la droite, qui est $y = \frac{-1}{2}x + 3$

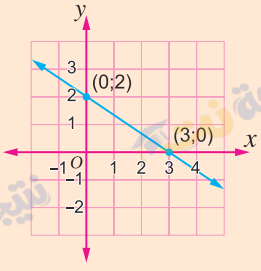
**■ Remarque que**

Tu peux utiliser l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine pour représenter graphiquement la droite.

Par exemple si la droite est: $2x + 3y = 6$

l'abscisse à l'origine $= 3$ et l'ordonnée à l'origine $= 2$

Cela signifie que la droite coupe l'axe des $x$ au point $(3\,;0)$ et coupe l'axe des $y$ au point $(0\,;2)$




## La forme standard de l'équation de la droite

$$Ax + By = C$$

où $A \geq 0$, $A$ et $B$ ne sont pas nuls simultanément,

$A$, $B$ et $C$ sont des nombres entiers dont le plus grand commun diviseur $= 1$

**Remarque:**

Si $Ax + By = C$ est la forme standard de l'équation de la droite, alors:

- La pente de la droite $= \frac{-\text{coefficient de } x}{\text{coefficient de } y} = \frac{-A}{B}$
- L'ordonnée à l'origine est égale à $\frac{C}{B}$
- L'abscisse à l'origine est égale à $\frac{C}{A}$

Par exemple: La droite dont l'équation est $2x + 3y = 6$

- Sa pente $= \frac{-2}{3}$
- L'ordonnée à l'origine $= \frac{6}{3} = 2$
- L'abscisse à l'origine $= \frac{6}{2} = 3$



nezakr.natega4dk.net

**Exemple 4**

Écris la forme standard de l'équation de la droite passant par le point $(-4\ ;\ 3)$ et perpendiculaire à la droite dont l'équation est: $4x+y+1=0$

La pente de la droite donnée $=\dfrac{-\text{ coefficient de } x}{\text{coefficient de } y}=\dfrac{-4}{1}=-4$

$\therefore$ La pente de la droite demandée $=\dfrac{1}{4}$

$\therefore$ L'équation de la droite demandée est: $y-y_1=p(x-x_1)$

$\therefore y-3=\dfrac{1}{4}(x-(-4))$ $\quad\therefore 4(y-3)=x+4$

$\therefore 4y-12=x+4$ $\quad\therefore\ x-4y=-16$

**Exemple 5**

Si la droite passant par les deux points $(7\ ;-9)$ et $(3\ ;\ 3)$ est perpendiculaire à la droite dont l'équation est: $2x+ky-16=0$ , trouve la valeur de $k$

En supposant que la pente de la droite passant par les deux points $(7\ ;-9)$ et $(3\ ;\ 3)$ est $p_1$

$\therefore p_1=\dfrac{-9-3}{7-3}=-3$

En supposant que la pente de la droite $2x+ky-16=0$ est $p_2$

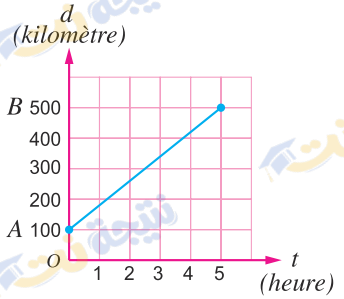
$\therefore p_2=\dfrac{-2}{k}$

$\because$ Les deux droites sont perpendiculaires.

$\therefore p_1\times p_2=-1\ \therefore -3\times\dfrac{-2}{k}=-1$ $\quad\therefore k=-6$

**Exemple 6**

La figure ci-contre représente la relation entre la distance $(d)$ en kilomètres à partir d'un point fixe et le temps $(t)$ en heures pour le mouvement d'une voiture roulant à vitesse constante entre les deux villes $A$ et $B$, trouve:




1. La vitesse constante de la voiture.
2. La distance de la voiture à l'origine au début du mouvement.
3. L'équation de la droite représentant la relation entre la distance et le temps.
4. La distance entre la voiture et l'origine après 3 heures depuis le début du mouvement.

**Auto-évaluation 4**

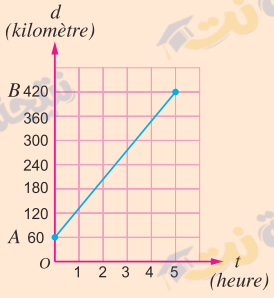
Écris la forme standard de l'équation de la droite passant par le point $(2\ ;-5)$ et parallèle à la droite dont l'équation est:
$3x-4y+12=0$

**Auto-évaluation 5**

Trouve la forme standard de l'équation de la droite passant par le point $(2\ ;\ 3)$ parallèle à la droite:
$4x-5y=6$

**Auto-évaluation 6**

La figure suivante représente la relation entre la distance $(d)$ en kilomètres et le temps $(t)$ en heures pour le mouvement d'une voiture roulant à vitesse constante entre les deux villes $A$ et $B$.




Trouve:

1. La vitesse constante de la voiture.
2. La distance de la voiture à l'origine au début du mouvement.
3. L'équation de la droite représentant le mouvement de la voiture.



nezakr.natega4dk.net

① ∵ La droite passe par les deux points $(0\ ;\ 100)$ et $(5\ ;\ 500)$ ,
La pente de la droite représente la vitesse constante de la voiture $(V)$ .
$\therefore V = \frac{500-100}{5-0} = 80$
∴ La vitesse constante de la voiture $= 80$ km/h

② La distance de la voiture à l'origine au début du mouvement $= 100$ kilomètres

③ L'équation de la droite est: $d = pt + b$
$\therefore d = 80\,t + 100$

④ Lorsque $t = 3$ , alors $d = 80\,(3) + 100 = 340$
∴ La distance entre la voiture et l'origine après 3 heures $= 340$ kilomètres.

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite $2x - y - 5 = 0$?
(a) $-5$ (b) $\frac{-5}{2}$ (c) $\frac{5}{2}$ (d) $5$

② Quelle est la pente de la droite parallèle à la droite $3x - 4y = 7$?
(a) $\frac{-4}{3}$ (b) $\frac{-3}{4}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

③ Quelle est la pente de la droite perpendiculaire à la droite $3x - 4y = 7$?
(a) $\frac{-4}{3}$ (b) $\frac{-3}{4}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

④ Quelle est l'équation de la droite passant par les deux points $(-1\ ;\ 4)$ et $(-4\ ;\ 5)$?
(a) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$ (b) $y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$
(c) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$ (d) $y = \frac{1}{3}x - \frac{13}{3}$

⑤ Si la droite dont l'équation est $3y - kx = 13$ est parallèle à la droite dont l'équation est $(k-1)x - 2y = 8$, quelle est la valeur de $k$?
(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) $-2$

⑥ Si la droite formant un angle de mesure $45°$ avec le sens positif de l'axe des $x$ est perpendiculaire à la droite dont l'équation est $kx + 2y = 5$ , quelle est la valeur de $k$?
(a) $-1$ (b) 1 (c) 2 (d) $-2$

⑦ Quelle est l'équation de la droite passant par l'origine et perpendiculaire à la droite $y = \frac{1}{3}x - 7$?
(a) $y = 3x$ (b) $y = -3x$
(c) $y = \frac{1}{3}x$ (d) $y = -\frac{1}{3}x$

⑧ Quelle est la mesure de l'angle formé par la droite $y - \sqrt{3}x + 5 = 0$ avec le sens positif de l'axe des $x$?
(a) $30°$ (b) $45°$ (c) $60°$ (d) $75°$

⑨ Quelle est l'équation de la droite parallèle à l'axe des $y$ et passant par le point $(-2\ ;\ 1)$ ?
(a) $x = -2$ (b) $y = 1$
(c) $x = 1$ (d) $y = -2$

⑩ Quelle est l'aire du triangle limité par les droites $5x - 6y - 30 = 0$ , $x = 0$ et $y = 0$ ?
(a) 7,5 unités carrées (b) 15 unités carrées
(c) 30 unités carrées (d) 60 unités carrées


nezakr.natega4dk.net

## Deuxièmement Appliquer les concepts

**11** Dans chacun de ce qui suite, trouve la pente de la droite, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine:

① $-2x+5y=20$ ② $4x-2y+8=0$

③ $y=7x$ ④ $y=\frac{-2}{3}x-4$

**12** Dans chacun de ce qui suit, trouve l'équation de la droite sous la forme pente-ordonnée à l'origine:

① Une droite dont la pente est $-2$ et l'ordonnée à l'origine est égale à $3$

② Une droite dont la pente est $\frac{5}{2}$ et l'abscisse à l'origine est égale à $-2$

③ Une droite dont la pente est $\frac{1}{2}$ et passe par le point $(6\,;4)$

④ Une droite passant par les deux points $(6\,;1)$ et $(8\,;-4)$

⑤ Une droite passant par $(0\,;-2)$ et perpendiculaire à la droite $y=x-2$

⑥ Une droite passant par $(-1\,;2)$ et parallèle à la droite $2x+5y=10$

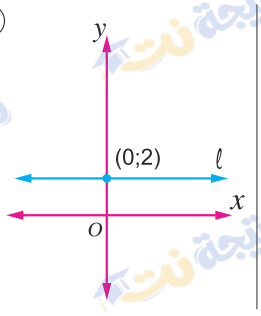
**13** Dans chacun de ce qui suit, trouve l'équation de la droite sous la forme standard, si:

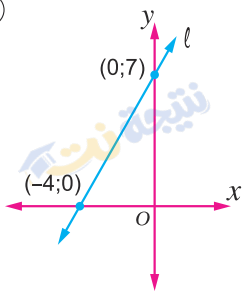
① L'ordonnée à l'origine est égale à $4$ et l'abscisse à l'origine est égale à $3$

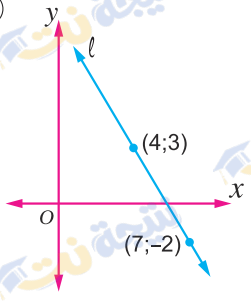
② La droite passe par l'origine et est parallèle à la droite passant par les deux points $(5\,;-3)$ et $(2\,;4)$

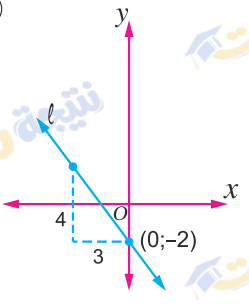
③ La droite est perpendiculaire à $\overline{AB}$ en son milieu, où $A\,(2\,;5)$ et $B\,(8\,;-3)$

**14** Dans chacun de ce qui suit, trouve l'équation de la droite $\ell$:

① 


② 


③ 


④ 


**15** Dans chacun de ce qui suit, représente graphiquement la droite en utilisant la pente et l'ordonnée à l'origine:

① $y=2x-3$ ② $y=\frac{-2}{5}x+2$ ③ $3x-4y-12=0$

**16** Si $ABC$ est un triangle dont les sommets sont les points $A\,(-6\,;-8)$, $B\,(6\,;4)$ et $C\,(-6\,;10)$ et que $\overleftrightarrow{AD}\perp\overline{BC}$, écris l'équation de $\overleftrightarrow{AD}$



nezakr.natega4dk.net

**Troisièmement** **L'analyse et l'intégration des disciplines**



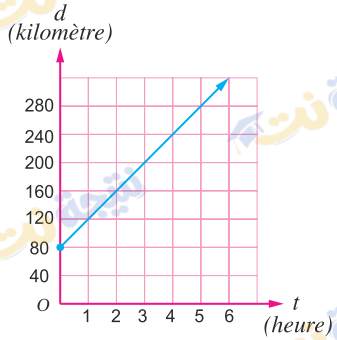
17 Une entreprise de télécommunications facture un abonnement mensuel fixe de **25** L.E., puis **1,5** L.E pour chaque gigaoctet utilisé. Écris une équation représentant le coût total en fonction du nombre de gigaoctets utilisés.



18 **Ventes:** Un représentant commercial perçoit un salaire journalier auquel s'ajoute une commission. Lorsque ses ventes atteignent 1 **000** L.E. par jour, le montant total qu'il perçoit est de **100** L.E., et lorsque ses ventes atteignent **1 400** L.E., le montant total qu'il perçoit est de **120** L.E.,étant donné que la relation entre le montant total qu'il perçoit et les ventes est linéaire. Écris une équation reliant les ventes $x$ à ce qu'il perçoit $y$ et déduis ce qu'il perçoit lorsque ses ventes atteignent **2 000** L.E. par jour.

19 La figure ci-contre représente la relation entre la distance $(d)$ en kilomètres à partir d'un point fixe et le temps $(t)$ en heures pour le mouvement d'une voiture roulant à vitesse constante. Trouve:

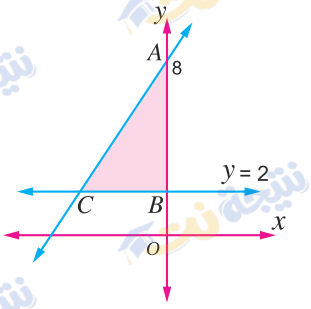
1. La vitesse constante de la voiture.
2. La distance de la voiture à l'origine au début du mouvement.
3. L'équation de la droite représentant la relation entre la distance et le temps.
4. La distance entre la voiture et l'origine après **7** heures depuis le début du mouvement.




## Pensée créative

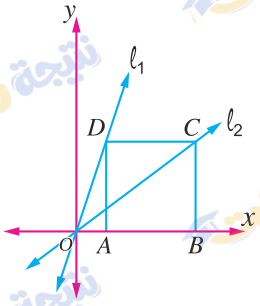
20 Trouve ce qui est demandé sous chacune des figures suivantes:

1. Si l'aire de $\Delta ABC$ est égale à **12** unités carrées



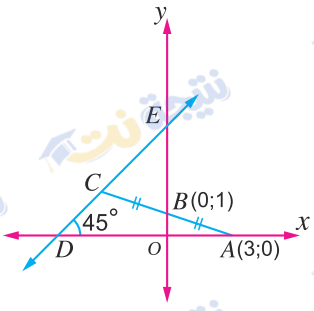

Trouve l'équation de la droite $\overleftrightarrow{AC}$

2. Si $ABCD$ est un carré et que l'équation de la droite $\ell_1$ est $y = 3x$




Trouve l'équation de la droite $\ell_2$

3. Si le point $B$ est le milieu de $\overline{AC}$




Trouve l'équation de la droite $\overleftrightarrow{DE}$

***Évalue** ta compréhension!*

Quel est ton niveau de compréhension de l'équation de la droite?
Coche la case appropriée.



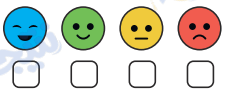


nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de l'unité 3

**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 3? Coche la case appropriée.



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

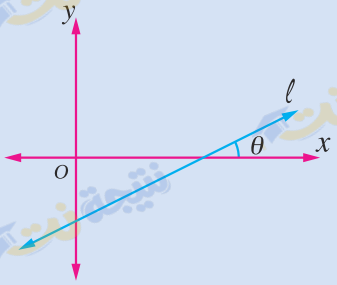
1. Si $tg\,x\ sin\,30° = cos\,30°$, quelle est la valeur de $x$ où $x$ est la mesure d'un angle aigu?

   (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 75°

2. Dans la figure ci-contre : Si l'équation de la droite $\ell$ est: $2y = x - 4$, lequel des rapports suivants est égal à $tg\,\theta$?

   (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$

   (c) 2 (d) $-\frac{1}{2}$



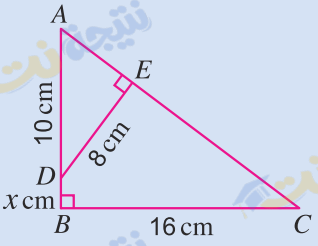

3. Quel est le rapport d'homothétie de centre l'origine $O$ qui transforme le point $P(-3\,;6)$ en point $P'(-2\,;4)$?

   (a) $\frac{1}{3}$ (b) 2 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

4. Dans la figure ci-contre:
   Quelle est la valeur de $x$?

   (a) 12 (b) 2

   (c) 8 (d) 4

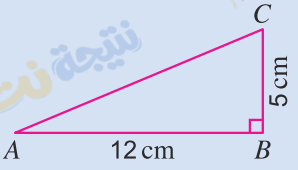



▸ **Complète chacun de ce qui suit:**

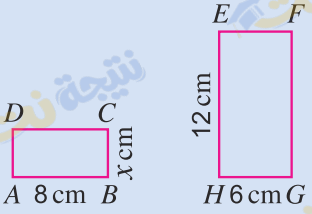
5. La pente de la droite dont l'équation est $2x - 3y - 3 = 0$ est égale à .....

6. Si le point $A$ est l'image du point $B(2\,;4)$ par une homothétie de centre l'origine $O$ et de rapport 2, alors le point $A$ est .....

7. Dans la figure ci-contre:
   $sin\,A + cos\,C =$ .....




8. Dans la figure ci-contre:
   Si le rectangle $ABCD \sim$ le rectangle $EHGF$, alors: $x =$ .....






nezakr.natega4dk.net

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

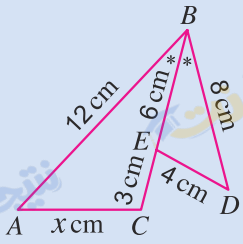
9 $ABC$ est un triangle isocèle dans lequel $AB = AC = 10\ \text{cm}$ et $BC = 12\ \text{cm}$. Trouve $m(\angle B)$ et $\cos\frac{A}{2}$

10 Trouve l'équation de la droite sous la forme standard si la droite paase par les deux points $A(-3\,;5)$ et $B(-1\,;4)$

11 Dans la figure ci-contre:

$\overrightarrow{BC}$ est la bissectrice de $\angle ABD$

Prouve que: $\Delta ABC \sim \Delta DBE$ et trouve la valeur de $x$




12 Si $A(0\,;1)$ , $B(3\,;2)$ et $C(2\,;-2)$ , représente graphiquement le triangle $ABC$ et construis sur le graphique son image par une homothétie de rapport 2 et de centre l'origine.

## Activité de l'unité 3 — L'utilisation de la similitude des triangles pour déduire les relations du théorème d'Euclide

▸ **L'objectif de l'activité:**

Prouver la validité des relations du théorème d'Euclide à travers la similitude des triangles.

▸ **Les étapes de mise en œuvre:**



En utilisant ce que tu as appris sur le concept de la similitude des triangles, effectue les étapes suivantes, puis compare ta conclusion avec celle de l'un de tes camarades:

1 Trace $\Delta ABC$ rectangle en $C$

2 Trace $\overline{CD}$ perpendiculaire à $\overline{AB}$ qui la coupe en $D$

3 Observe les triangles $ABC$, $ACD$ et $CBD$, puis prouve que: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ et $\Delta ABC \sim \Delta CBD$

4 En utilisant la similitude des triangles, déduis que: $(AC)^2 = AB \times AD$ , $(BC)^2 = AB \times BD$ et $(CD)^2 = AD \times BD$

5 Explique comment utiliser ces relations pour trouver des longueurs inconnues.



nezakr.natega4dk.net

# UNITÉ 4

# Les statistiques

## Leçon de l'unité

4-1 Les mesures de dispersion




**Les mesures de tendance centrale et de dispersion sont étroitement liées à l'intelligence artificielle. Elles sont utilisées pour la prédiction et l'analyse des résultats sur lesquels reposent les algorithmes d'intelligence artificielle, ce qui aide à améliorer la qualité des prédictions et de la prise de décision, de manière plus précise.**

▶ **Peut-on développer les méthodes et les techniques de mesure de tendance centrale et de dispersion afin d'aider l'intelligence artificielle à obtenir des résultats plus précis?**

**Les enjeux et les compétences de la vie**
- La communication mathématique
- La pensée critique
- La prédiction
- La prise de décision

**Les valeurs**
- Le respect du temps
- La conscience sportive
- La conscience environnementale

nezakr.natega4dk.net

Leçon

# 4 - 1 Les mesures de dispersion

## ■ Résultats d'apprentissage

- Connaître la notion de dispersion.
- Connaître les mesures de dispersion d'un ensemble de valeurs.
- Connaître la notion d'étendue.
- Connaître la notion d'écart interquartile.
- Connaître la notion d'écart-type.
- Trouver l'étendue et l'écart interquartile d'un ensemble de données présentées sous différentes formes.
- Trouver l'écart-type d'un ensemble de valeurs.
- Trouver l'écart-type d'une distribution des effectifs simple et d'une distribution des effectifs par intervalles.

## ■ Vocabulaire

- La dispersion
- Les mesures de dispersion
- L'étendue
- L'écart interquartile
- L'écart-type

## ■ Information précédente

**Parmi les mesures de tendance centrale:**

- La moyenne arithmétique $= \frac{\text{Somme des valeurs}}{\text{Nombre de ces valeurs}}$
- La médiane est la valeur qui se trouve au milieu des valeurs après les avoir ordonnées.
- Le mode est la valeur la plus fréquente ou la plus répétée.

## Sois prêt!



Le sommeil est l'un des processus biologiques les plus importants dont le corps humain a besoin pour retrouver son énergie et sa concentration. Maintenir un nombre suffisant et régulier d'heures de sommeil chaque jour est essentiel pour une bonne performance quotidienne.
Ahmed a relevé le nombre d'heures qu'il a dormi chaque jour pendant deux semaines. Les résultats sont comme suit:

| | Samedi | Dimanche | Lundi | Mardi | Mercredi | Jeudi | Vendredi |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| La première semaine | 8 | 7 | 7 | 6 | 7 | 6 | 8 |
| La deuxième semaine | 8 | 5 | 8 | 7 | 6 | 5 | 10 |

Ahmed a-t-il dormi au même rythme pendant les deux semaines?
Durant quelle semaine les heures de sommeil d'Ahmed étaient-elles les plus régulières?

**Dans cette leçon, tu apprendras les mesures de dispersion, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.**

## Réfléchis et discute!

Le premier groupe 33 ; 33 ; 33 ; 27 ; 24
Le deuxième groupe 43 ; 35 ; 33 ; 33 ; 6

Il y a deux groupes d'élèves , chacun composé de **5** élèves.
Chaque groupe a passé un test dont la note maximale est de **50** points.
Les notes obtenues par les élèves de chaque groupe sont présentées ci-contre.
Trouve la moyenne arithmétique, la médiane et le mode de chaque groupe.
Quel groupe présente les notes les plus homogènes?
Quel groupe présente les notes les plus dispersées?
Les mesures de tendance centrale suffisent-elles pour juger le niveau de chaque groupe?

## Apprends!

- Tu as déjà étudié les mesures de tendance centrale, telles que la moyenne arithmétique, la médiane et le mode. Ce sont des mesures qui décrivent les données statistiques en déterminant une valeur autour de laquelle les autres valeurs se regroupent.
- En comparant les notes des deux groupes mentionnés dans « Réfléchis et discute », on trouve que:
  - La moyenne arithmétique = **30** pour chacun des deux groupes.
  - La médiane = **33** pour chacun des deux groupes.
  - Le mode = **33** pour chacun des deux groupes.
- Bien que les deux groupes aient les mêmes mesures de tendance centrale, les notes des deux groupes présentent des différences. Par conséquent, nous avons besoin d'un autre type de mesures pour décrire le degré d'homogénéité (proximité) ou de dispersion (écart) des données les unes par rapport aux autres.


nezakr.natega4dk.net

**■ Remarque que**

Lors de la comparaison de deux ensembles de données ou plus, nous avons besoin, pour chaque ensemble, d'une mesure de tendance centrale et d'une autre de dispersion.

**■ Réfléchis**

Quelle sera la dispersion si toutes les valeurs des données sont égales?

- Comme les notes du premier groupe ne sont pas inférieures à **24** et ne dépassent pas **33** et les notes du deuxième groupe ne sont pas inférieures à **6** et ne dépassent pas **43**, les notes du premier groupe sont plus homogènes que les notes du deuxième groupe. On peut aussi dire que les notes du deuxième groupe sont plus dispersées que les notes du premier groupe.

## Les mesures de dispersion

Les mesures de dispersion décrivent le degré de ressemblance ou de différence au sein d'un ensemble de valeurs ou de données. Elles mesurent la proximité ou l'éloignement de ces valeurs par rapport au centre. Autrement dit, elles indiquent la dispersion des données autour du centre. Parmi les mesures de dispersion figurent l'étendue ($E$), l'écart interquartile ($EIQ$), l'écart-type ($\sigma$)

### 1 L'étendue

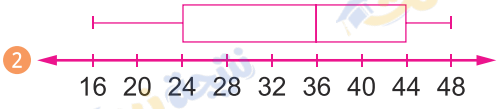
L'étendue d'un ensemble de valeurs ($E$) est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur. Elle est considérée comme la mesure de dispersion la plus simple et la plus facile, mais elle ne dépend que de deux valeurs, la plus petite et la plus grande. Elle ne tient pas compte des autres valeurs ; elle est donc influencée par les valeurs extrêmes.

**Exemple 1**

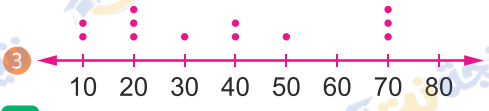
Trouve l'étendue de chaque ensemble de données dans chacun de ce qui suit:

1) **48 ; 61 ; 65 ; 52 ; 38 ; 64 ; 66 ; 64**

2)




3)




4)

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 1 | 3 6 6 7 |
| 2 | 0 0 1 2 5 5 6 8 |
| 3 | 1 2 |

La clé | 2|8 signifie 28

1) $E = 66 - 38 = 28$
2) $E = 48 - 16 = 32$
3) $E = 70 - 10 = 60$
4) $E = 32 - 13 = 19$

**Exemple 2**

Trouve la valeur de $k$ qui rend l'étendue de l'ensemble de valeurs **17 ; 12 ; 19 ; $k$ ; 18 ; 15 ; 11** égale à **13**

On remarque que la plus petite valeur est **11** et que la plus grande valeur est **19**

- Si $11 \leq k \leq 19$ , alors l'étendue $= 8$ (refusé)
- Si $k > 19$ , alors $k - 11 = 13$

$\therefore \boxed{k = 24}$

- Si $k < 11$ , alors $19 - k = 13$

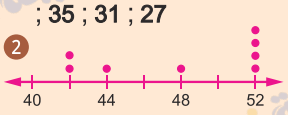
$\therefore \boxed{k = 6}$

**■ Auto-évaluation 1**

Trouve l'étendue de chaque ensemble de données dans chacun de ce qui suit:

1) **23 ; 53 ; 43 ; 67 ; 41 ; 27 ; 35 ; 31 ; 27**

2)




3)

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 3 | 2 5 7 9 |
| 4 | 1 3 3 4 5 5 |
| 5 | 4 7 |

La clé | 4 | 1 signifie 41

**■ Auto-évaluation 2**

- Trouve la valeur de $k$ qui rend l'étendue de l'ensemble de valeurs: **18 ; 15 ; 11 ; 20 ; $k$ ; 8 ; 14** égale **18**



nezakr.natega4dk.net

## 2 L'écart interquartile

L'écart interquartile ($EIQ$) est la différence entre le quartile supérieur (le troisième "$Q_3$") et le quartile inférieur (le premier "$Q_1$")

C'est-à-dire que: $EIQ = Q_3 - Q_1$

L'écart interquartile est l'étendue de la moitié centrale des données. C'est une mesure plus précise de la dispersion des données en présence de valeurs extrêmes. Toutefois, l'un de ses inconvénients est qu'il ne dépend que de deux valeurs, $Q_1$ et $Q_3$ et ne tient pas compte de toutes les valeurs.

**Exemple 3**

Trouve les trois quartiles des valeurs suivantes, puis calcule l'écart interquartile:

23 ; 20 ; 19 ; 12 ; 6 ; 9 ; 16 ; 23 ; 10 ; 18 ; 5

Range les valeurs par ordre croissant:

5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 12 ; 16 ; 18 ; 19 ; 20 ; 23 ; 23

$Q_1$ $Q_2$ $Q_3$

$\therefore Q_1 = 9$ , $Q_2 = 16$ et $Q_3 = 20$

$\therefore EIQ = Q_3 - Q_1 = 20 - 9 = 11$

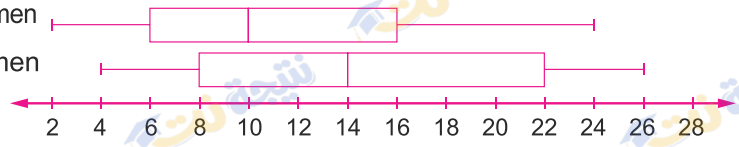
**Auto-évaluation 3**

Trouve l'écart interquartile de chacun de ce qui suit:

1. 108 ; 106 ; 122 ; 107 ; 94 ; 105
2. 58 ; 71 ; 73 ; 64 ; 66 ; 57 ; 67 ; 68

**Exemple 4**

La figure suivante présente la distribution des notes obtenues à deux examens par un groupe d'élèves.
Trouve l'écart interquartile des notes pour chacun des deux examens.

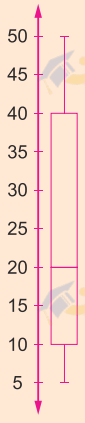



Pour le premier examen: $Q_1 = 8$ et $Q_3 = 22$ $\therefore EIQ = 22 - 8 = 14$

Pour le deuxième examen: $Q_1 = 6$ et $Q_3 = 16$ $\therefore EIQ = 16 - 6 = 10$

**Auto-évaluation 4**

Trouve les trois quartiles à partir de la boîte à moustaches suivante, puis calcule l'étendue et l'écart interquartile.




## 3 L'écart-type

L'écart-type est la racine carrée positive de la moyenne des carrés des écarts des valeurs à leur moyenne arithmétique. Il est noté σ, qui se lit « sigma ». L'écart-type est la mesure de dispersion la plus importante, la plus précise et la plus couramment utilisée.

**Premièrement** **Le calcul de l'écart-type d'un ensemble de valeurs:**

L'écart-type d'un ensemble de valeurs est $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$

où $x$ est la valeur et $n$ est le nombre de valeurs

$\bar{x}$ est la moyenne arithmétique et $\sum$ est l'opération de sommation

**Remarque que**

Plus la valeur de l'écart-type est faible, plus les valeurs sont proches les unes des autres. Elles sont donc plus homogènes.



nezakr.natega4dk.net

**■ Auto-évaluation (5)**

Trouve l'écart-type des valeurs suivantes:

7 ; 6 ; 13 ; 11 ; 8

**Exemple 5**

Trouve l'écart-type des valeurs suivantes: 13 ; 15 ;17 ;18 ; 12

(1) Trouve la moyenne arithmétique.

$$\overline{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{13+15+17+18+12}{5}$$

$$= \frac{75}{5} = 15$$

(2) Construis le tableau ci-contre.

(3) Calcule l'écart-type $(\sigma)$ comme suit:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{26}{5}} \approx 2{,}28$$

| $x$ | $x-\overline{x}$ | $(x-\overline{x})^2$ |
|---|---|---|
| 13 | − 2 | 4 |
| 15 | 0 | 0 |
| 17 | 2 | 4 |
| 18 | 3 | 9 |
| 12 | − 3 | 9 |
| Total | | 26 |

## Deuxièmement Le calcul de l'écart-type d'une distribution des effectifs simple

L'écart-type d'une distribution des effectifs simple est

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f.(x-\overline{x})^2}{\Sigma f}}$$

où $x$ est la valeur et $f$ est l'effectif de la valeur

, $\Sigma f$ est la somme des effectifs

et $\overline{x}$ est la moyenne arithmétique où $\overline{x} = \frac{\Sigma (f.x)}{\Sigma f}$

**■ Auto-évaluation (6)**

La distribution des effectifs suivante présente les ventes de voitures dans une salle d'exposition pendant plusieurs jours:

| Nombre de voitures vendues | Effectif |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 1 | 4 |
| 2 | 3 |
| 3 | 6 |
| 4 | 3 |

Trouve l'écart-type du nombre de voitures vendues.

**Exemple 6**

La distribution des effectifs suivante présente les âges de 14 personnes assises dans un restaurant:

| Âge | 2 | 5 | 10 | 12 | 16 | 34 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 2 | 5 | 2 | 3 | 1 |

Trouve l'écart-type des âges des personnes présentes dans le restaurant.

En supposant que l'âge $(x)$ et l'effectif $(f)$

| $x$ | $f$ | $f.x$ | $x-\overline{x}$ | $(x-\overline{x})^2$ | $f.(x-\overline{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 | − 10 | 100 | 100 |
| 5 | 2 | 10 | − 7 | 49 | 98 |
| 10 | 5 | 50 | − 2 | 4 | 20 |
| 12 | 2 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 3 | 48 | 4 | 16 | 48 |
| 34 | 1 | 34 | 22 | 484 | 484 |
| Total | 14 | 168 | | | 750 |

$$\overline{x} = \frac{\Sigma (f.x)}{\Sigma f} = \frac{168}{14} = 12$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f.(x-\overline{x})^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{750}{14}} \approx 7{,}32$$



nezakr.natega4dk.net

## Troisièmement Le calcul de l'écart-type d'une distribution des effectifs par intervalles

L'écart-type d'une distribution des effectifs par intervalles est:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f.(x_m - \bar{x})^2}{\Sigma f}}$$

où $x_m$ est le centre de l'intervalle et est égal à

$$\frac{\text{la borne inférieure de l'intervalle} + \text{sa borne supérieure}}{2}$$

$f$ est l'effectif de l'intervalle et $\Sigma f$ est la somme des effectifs

$\bar{x}$ est la moyenne arithmétique où $\bar{x} = \frac{\Sigma (f.x_m)}{\Sigma f}$

### Exemple 7

Le tableau suivant présente les masses de 50 personnes:

| Intervalles de masses en kilogrammes | 60 – | 70 – | 80 – | 90 – | 100 – |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de personnes | 5 | 11 | 18 | 9 | 7 |

Trouve l'écart-type des masses.

| Intervalles | Effectif $f$ | Centres des intervalles $x_m$ | $f.x_m$ | $x_m - \bar{x}$ | $(x_m - \bar{x})^2$ | $f.(x_m - \bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 – | 5 | 65 | 325 | – 20,4 | 416,16 | 2080,8 |
| 70 – | 11 | 75 | 825 | – 10,4 | 108,16 | 1189,76 |
| 80 – | 18 | 85 | 1530 | – 0,4 | 0,16 | 2,88 |
| 90 – | 9 | 95 | 855 | 9,6 | 92,16 | 829,44 |
| 100 – | 7 | 105 | 735 | 19,6 | 384,16 | 2689,12 |
| Total | 50 | | 4270 | | | 6792 |

$$\bar{x} = \frac{\Sigma (f.x_m)}{\Sigma f} = \frac{4270}{50} = 85{,}4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f.(x_m - \bar{x})^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{6792}{50}} \approx 11{,}66$$

### Auto-évaluation 7

Trouve l'écart-type de la distribution des effectifs suivante:

| Intervalles | Effectif |
|---|---|
| 5 – | 4 |
| 15 – | 5 |
| 25 – | 8 |
| 35 – | 7 |
| 45 – | 6 |

### Activité collaborative




Collabore avec tes camarades et utilise l'une des applications météo. Relève dans un tableau les températures maximales et minimales dans 10 villes égyptiennes au cours d'une journée. Utilise les données recueillies pour calculer la moyenne arithmétique et l'écart-type des températures maximales et des températures minimales.

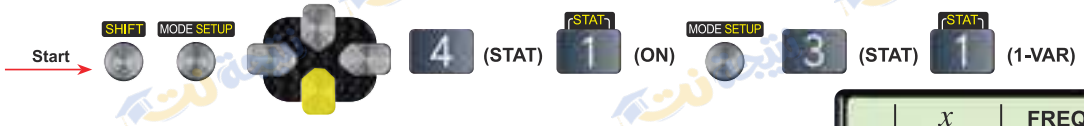


nezakr.natega4dk.net

## Activité technologique L'utilisation de la calculatrice pour calculer l'écart-type

Une calculatrice scientifique peut être utilisée pour calculer l'écart-type. Les étapes suivantes expliquent comment résoudre l'exemple précédent en utilisant la calculatrice.

**1** Tout d'abord, règle le mode de la calculatrice en appuyant sur les touches suivantes, de gauche à droite.



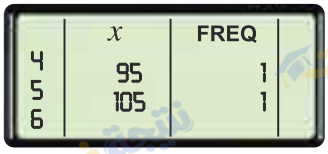

L'écran de la calculatrice affiche:




**2** Saisis les valeurs des centres des intervalles $(x_m)$ dans la première colonne en appuyant sur les touches suivantes de gauche à droite.




L'écran de la calculatrice affiche:




**3** Utilise les touches fléchées  pour passer à la deuxième colonne $(FREQ)$, puis saisis les effectifs $(f)$ en appuyant sur les touches suivantes de gauche à droite,




puis trouve l'écart-type en appuyant sur les touches suivantes de gauche à droite.



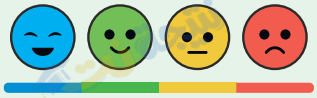

L'écran de la calculatrice affiche:




La valeur affichée est l'écart-type. $\sigma \approx 11{,}66$


nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de la leçon



**Premièrement** **Mesurer les concepts**



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1 Lequel de ce qui suit n'est pas une mesure de dispersion?

(a) L'étendue (b) L'écart interquartile

(c) La médiane (d) L'écart-type

2 Quelle est l'étendue de l'ensemble de données dans la figure suivante?




(a) **50** (b) **220** (c) **245** (d) **270**

3 Le personnel du Grand Musée égyptien a relevé le nombre de visiteurs, en milliers, pendant plusieurs jours, afin de réaliser une étude statistique et les résultats sont présentés dans un tableau de des effectifs simple comme suit:

| Les jours | Le premier | Le deuxième | Le troisième | Le quatrième | Le cinquième | Le sixième | Le septième |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le nombre de visiteurs | 19 | 17 | 11 | 18 | 22 | 23 | 15 |

Quelle est l'étendue du nombre de visiteurs pendant ces jours?

(a) **12** (b) **15** (c) **12 000** (d) **15 000**

4 Si l'écart interquartile est **8,5** et que le quartile inférieur est **29**, quel est la valeur du quartile supérieur?

(a) **12** (b) **21,5**

(c) **37,5** (d) **41,5**

5 Quelle est la valeur de l'écart interquartile de la boîte à moustaches suivante?




(a) **10** (b) **12** (c) **14** (d) **16**

6 Si $\Sigma(x-\bar{x})^2 = 36$ pour un ensemble de 9 valeurs, quelle est la valeur de $\sigma$?

(a) **16** (b) **8**

(c) **4** (d) **2**

7 Quel est l'écart-type des valeurs **8** ; **8** ; **8** ; **8** ; **8**?

(a) **0** (b) **4**

(c) **8** (d) **16**

8 Dans le diagramme à tige et à feuilles ci-contre:
Si l'étendue est **4,6** , quelle est la valeur de $k+m$?

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 35 | 2 3 |
| 36 | 4 6 7 8 |
| m | 8 9 9 |
| 38 | 0 1 5 |
| 39 | 4 k |

| La clé | 36 \| 4 signifie 36,4 |
|---|---|

(a) **8** (b) **37**

(c) **45** (d) **37,8**

9 Si l'étendue de l'ensmble de valeurs: **55** ; **61** ; **56** ; **59** ; $a$ ; **54** est égale à **9** , lequel de ce qui suit pourrait être une valeur de $a$?

(a) **64** (b) **62** (c) **56** (d) **52**



nezakr.natega4dk.net

▸ **Découvre l'erreur:**

⑩ Lors du calcul de l'écart-type des valeurs: **8** ; **12** ; **6** ; **10** ; **4** , les réponses de Wael et Hany étaient les suivantes:

**La solution de Wael:**

| $x$ | $x-\bar{x}$ | $(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|
| 8 | 0 | 0 |
| 12 | 4 | 16 |
| 6 | −2 | −4 |
| 10 | 2 | 4 |
| 4 | −4 | −16 |
| Total | | 0 |

$\bar{x} = \frac{40}{5} = 8$

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\frac{0}{5}} = 0$

**La solution de Hany:**

| $x$ | $x-\bar{x}$ | $(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|
| 8 | 0 | 0 |
| 12 | 4 | 16 |
| 6 | −2 | 4 |
| 10 | 2 | 4 |
| 4 | −4 | 16 |
| Total | | 40 |

$\bar{x} = \frac{40}{5} = 8$

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\frac{40}{5}} = 2\sqrt{2}$

Lequel d'entre eux a suivi la bonne méthode de solution? Discute.

## Deuxièmement Appliquer les concepts

⑪ Trouve l'étendue dans chacun de ce qui suit:

① **24** ; **25** ; **17** ; **16** ; **20**

② **48** ; **76** ; **61** ; **49** ; **59** ; **41** ; **52** ; **47**

③

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 0 | 4 5 |
| 1 | 2 3 3 4 9 |
| 2 | 3 4 7 |

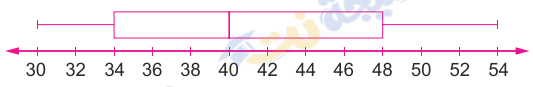
La clé | **2 | 7** signifie 27

⑫ Trouve l'écart interquartile dans chacun de ce qui suit:

① **34** ; **25** ; **46** ; **17** ; **29** ; **16** ; **32** ; **33**

② **5,4** ; **2,3** ; **1,2** ; **5,1** ; **8,4** ; **2,1** ; **3,7**

③




⑬ Trouve l'écart-type de chacun des ensembles de valeurs suivants:

① **14** ; **16** ; **13** ; **18** ; **12** ; **17**

② $a+5$ ; $a+2$ ; $a+7$ ; $a+8$ ; $a+3$

③

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 2 | 2 2 5 7 |
| 3 | 3 5 8 |
| 4 | 0 0 8 |

La clé | **3 | 5** signifie 35

⑭ En complétant le tableau, trouve l'écart-type de l'ensemble de valeurs données:

| $x$ | $x-\bar{x}$ | $(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|
| 12 | | |
| 14 | | |
| 15 | | |
| 19 | | |

⑮ Si la moyenne arithmétique des valeurs $x+1$ ; $x$ ; **8** ; **4** ; **5** est égale à $x$ , trouve l'écart-type de ces valeurs.



nezakr.natega4dk.net

**Troisièmement** **L'analyse et l'intégration des disciplines**

⑯ **Sports:** Si la moyenne arithmétique des tailles d'un groupe d'élèves de l'équipe de basket-ball d'un lycée est égale à **187** cm et que l'écart-type est égal à **7** cm.
Le tableau suivant présente les tailles d'un autre groupe d'élèves de l'équipe scolaire de handball de l'école:

| La taille de l'élève en centimètres | 184 | 186 | 188 | 189 |
|---|---|---|---|---|
| Le nombre d'élèves | 1 | 4 | 3 | 2 |


Le sport préserve la santé du corps, renforce la détermination et accroît la confiance en soi.

Trouve la moyenne arithmétique et l'écart-type des tailles des élèves de l'équipe de handball.
Compare-les ensuite à la moyenne arithmétique et à l'écart-type des tailles des élèves de l'équipe de basket-ball.
Laquelle des deux équipes présente les tailles les plus homogènes? Pourquoi?

⑰ **Internet:** Si le tableau suivant présente la consommation d'Internet, en GO , d'une famille pendant un mois:

| La consommation d'Internet en *GO* | 10 | 16 | 18 | 19 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le nombre de jours | 3 | 7 | 8 | 6 | 4 | 2 |

Trouve la moyenne arithmétique et l'écart-type de la consommation quotidienne d'Internet de la famille.

⑱ **Salaires:** Le tableau suivant présente le salaire journalier d'un groupe d'ouvriers dans une usine:

| Les intervalles de salaires en livres | 120 – | 130 – | 140 – | 150 – | 160 – | 170 – |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le nombre d'ouvriers | 18 | 21 | 20 | 15 | 16 | 10 |

Calcule la moyenne arithmétique et l'écart-type du salaire journalier.

## Pensée créative

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

⑲ Quel est l'écart-type de cinq nombres pairs consécutifs?

(a) $\sqrt{5}$ (b) $\sqrt{6}$ (c) $\sqrt{7}$ (d) $\sqrt{8}$

⑳ Si l'écart-type de l'ensemble de données: $7\mathcal{X}$ ; $4\mathcal{X}$ ; $5\mathcal{X}$ ; $6\mathcal{X}$ ; $3\mathcal{X}$ où $\mathcal{X}$ est un entier positif est égal à $4\sqrt{2}$ , quelle est la valeur de $\mathcal{X}$?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

㉑ Si l'écart-type de sept nombres positifs consécutifs est égal à $\frac{\sqrt{k}}{3}$ , quelle est la valeur de $k$?

(a) 14 (b) 21 (c) 36 (d) 42

***Évalue** ta compréhension!*

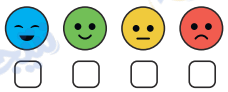
Quel est ton niveau de compréhension des mesures de dispersion?
Coche la case appropriée


nezakr.natega4dk.net

# Évaluation de l'unité 4

**Évalue ta compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 4? Coche la case appropriée.



▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) D'après le diagramme à tige et à feuilles ci-contre, quelle est la valeur de l'étendue?

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 26 | 1 4 |
| 27 | 4 6 7 |
| 28 | 7 8 9 |
| 29 | 2 3 |

La clé | 27 \| 6 signifie 27,6

(a) 3,6 (b) 3,4

(c) 3,2 (d) 3

(2) Si l'étendue des valeurs $7-3k$ ; $7+6k$ ; $7-k$ ; $7+k$ est égale à 18 , où $k$ est un entier positif, quelle est la valeur de $k$?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(3) Quel est l'écart-type de cinq entiers consécutifs dont le plus petit est 3?

(a) $\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{2}$ (c) 2 (d) 1

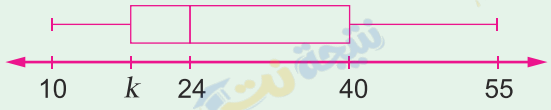
(4) Lequel des ensembles de valeurs suivants a le plus grand écart-type?

(a) 10 ; 7 ; 9 ; 8 (b) 5 ; 5 ; 5 ; 5 (c) 6 ; 5 ; 4 ; 3 (d) 16 ; 20 ; 6 ; 2

▸ **Complète chacun de ce qui suit:**

(5) L'étendue de l'ensemble de valeurs: 23 ; 61 ; 43 ; 20 ; 17 ; 35 ; 29 est égale à .....

(6) D'après la boîte à moustaches ci-contre:




Si l'écart interquartile est 22 , alors le quartile inférieur est .....

(7) L'écart-type des valeurs: $17-b$ ; $15-b$ ; $12-b$ ; $16-b$ est .....

(8) Si $\Sigma(x-\bar{x})^2 = 60$ et $n = 12$ , alors l'écart-type est égal à .....

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

(9) Si la distribution des effectifs suivante indique le nombre de buts marqués par 30 joueurs à partir de 5 tirs au but chacun au cours d'un entraînement:

| Le nombre de buts marqués | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le nombre de joueurs | 1 | 6 | 5 | 5 | 6 | 7 |

Trouve la moyenne arithmétique et l'écart-type du nombre de buts marqués.

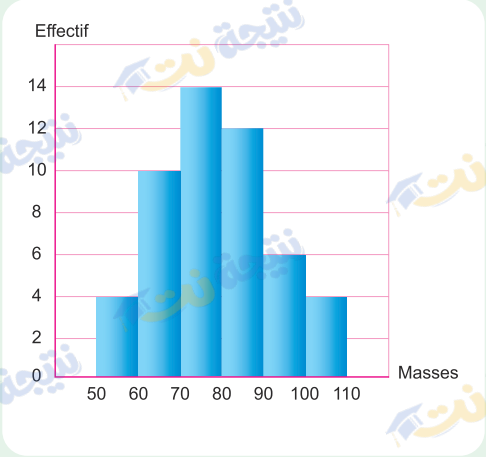
(10) Si l'étendue des valeurs: 21 ; $x+15$ ; 2 ; 5 ; 4 ; 7 est égale à 20 et où $x$ est un entier positif, trouve la valeur de $x$

(11) Trouve l'écart interquartile des valeurs: 15 ; 18 ; 22 ; 5 ; 29 ; 21 ; 17



nezakr.natega4dk.net

12 Si la figure ci-contre représente l'histogramme des masses d'un groupe de joueurs dans l'un des clubs sportifs.
Trouve la moyenne arithmétique et l'écart-type des masses des joueurs.




# L'activité de l'unité 4

## La découverte des mesures de tendance centrale et de dispersion dans notre vie quotidienne

### Les objectifs de l'activité:

- Enrichir l'application par les élèves des mesures de tendance centrale et de dispersion.
- Développer chez les élèves les compétences de collecte et d'organisation des données.
- Développer les compétences du travail en équipe et de la pensée analytique.

### Les étapes de mise en œuvre:



1 Répartis les élèves en groupes (de **2** à **4** élèves dans chaque groupe, par exemple).
2 Demande à chaque groupe de choisir une situation de la vie quotidienne afin de recueillir des données, telles que:
- Le nombre d'heures d'utilisation des applications de réseaux sociaux pendant une semaine.
- Le nombre d'heures d'étude pendant **5** jours.
- Les notes obtenues à un court contrôle dans l'une des matières scolaires.
- Le nombre d'heures consacrées à la pratique de l'activité sportive préférée des élèves de la classe pendant une semaine.

3 Chaque groupe calcule ce qui suit:
La moyenne arithmétique _ La médiane _ Le mode _ L'étendue _ L'écart-type.
Les élèves répondent ensuite à des questions telles que:
- Quelle valeur représente le mieux les données? Et pourquoi?
- Les données sont-elles proches ou dispersées?

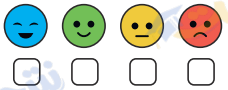
4 Chaque groupe compare ses résultats à ceux des autres groupes.


nezakr.natega4dk.net

# Évaluation finale

**Évalue ta votre compréhension!**

Quel est ton niveau de compréhension des sujets de la troisième année préparatoire? Coche la case appropriée.

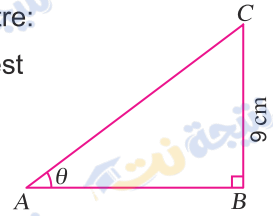


## Premier groupe

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Quelle est l'équation de l'axe de symétrie de la fonction quadratique $f$, où $f(x)=(x-3)^2+1$?
   (a) $x=1$ (b) $y=1$
   (c) $x=3$ (d) $y=3$

2. Dans la figure ci-contre:
   Si $\sin\theta=\frac{3}{5}$, quelle est la longueur de $\overline{AB}$ ?
   (a) 4 cm
   (b) 9 cm
   (c) 12 cm (d) 15 cm



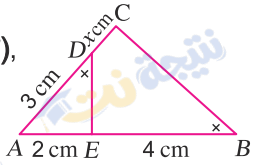

3. Quelle est l'image du point $(-3\ ;\ 6)$ par une homothétie de centre l'origine et de rapport 3?
   (a) $(-1\ ;\ 2)$ (b) $(-9\ ;\ 6)$
   (c) $(-3\ ;\ 2)$ (d) $(-9\ ;\ 18)$

4. Quel est l'ensemble des zéros réels de la fonction $f$, où $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$ ?
   (a) $\{2\ ;\ 3\}$ (b) $\{-2\ ;\ 2\}$
   (c) $\{-2\}$ (d) $\{3\}$

5. Quelle est la forme standard de l'équation de la droite dont l'angle d'inclinaison mesure 45° et dont l'ordonnée à l'origine est 3?
   (a) $x-y=-3$ (b) $x+y=-3$
   (c) $x-y=3$ (d) $x+y=3$

6. Si $2\sin\theta=tg\,\theta$ , où $\theta$ est la mesure d'un angle aigu, quelle est la valeur de $\theta$?
   (a) 60° (b) 45° (c) 30° (d) 15°

7. Dans la figure ci-contre:
   Si $m(\angle ADE)=m(\angle B)$, quelle est la valeur de $x$?
   (a) 1 (b) 2
   (c) 3 (d) 4




8. Quelle est la pente de la droite perpendiculaire à la droite dont l'équation est $x=3y+1$?
   (a) $-3$ (b) 3 (c) $\frac{-1}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

9. Quel est l'écart interquartile des données représentées par le diagramme à tige et à feuilles ci-contre?
   (a) 36 (b) 3,6
   (c) 4,7 (d) 2

| Tige | Feuilles |
|---|---|
| 3 | 1 2 3 |
| 4 | 5 5 7 8 |
| 5 | 1 3 4 |
| 6 | 7 |
| La clé | 3 \| 1 signifie 3,1 |

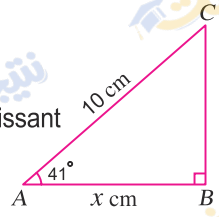
## Deuxième groupe

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

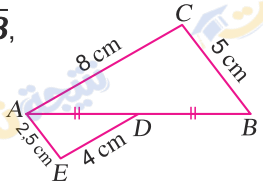
1. Trouve, sous la forme standard, l'équation de la droite passant par les deux points $(0\ ;\ 1)$ et $(-4\ ;\ 3)$

2. Sans utiliser de calculatrice, prouve que:
   $tg\,60°=\frac{2\,tg\,30°}{1-tg^2\,30°}$

3. Dans la figure ci-contre:
   Trouve la valeur de $x$, en arrondissant le résultat au dixième près.




4. Dans la figure ci-contre:
   Si $D$ est le milieu de $\overline{AB}$,
   prouve que:
   ① $\Delta ABC\sim\Delta DAE$
   ② $\overline{AE}\,//\,\overline{BC}$




5. Réduis $f(x)$ à la forme la plus simple, en précisant l'ensemble de définition de la fonction $f$, où

$$f(x)=\frac{x^2+x}{x^2-1}-\frac{5-x}{x^2-6x+5}$$

6. Représente graphiquement la fonction quadratique $f$ où $f(x)=(x-2)^2+3$, en indiquant sur le graphique son axe de symétrie et trouve la valeur minimale ou maximale de la fonction $f$

7. La distribution des effectifs suivante indique les âges de 10 enfants, en années.

| L'âge (en années) | 7 | 10 | 11 | 12 | 14 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le nombre d'enfants | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 10 |

Calcule l'écart-type des âges, en années.



nezakr.natega4dk.net




# MATHÉMATIQUES

Troisième Préparatoire - Premier Semestre

تأليف وإعداد: شركة GPS للطبع والنشر والتوزيع


| مقاس الكتاب | ورق المتن | ورق الغلاف | ألوان الكتاب | عدد الصفحات بالغلاف | التجليد | تاريخ الطبعة | كود الكتاب |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 x27 سم | ٨٠ جرامًا | ٢٠٠ جرامًا | ٤ ألوان | 116 صفحة | دبوس | 2027 - 2026 | ٣٠/٣/١١/١٥/٦١/١١٢٣ |

رقم الإيداع: ٢٠٢٦/١٤٨٠٢

الترقيم الدولي: 978-633-8530-22-8


يحظر طبع أو نشر أو تصوير أو تخزين أو توزيع أي جزء من هذا الكتاب بأية وسيلة إلكترونية أو ميكانيكية أو بالتصوير أو خلاف ذلك،

جميع الحقوق محفوظة لوزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

GPS للطبع والنشر والتوزيع

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
CACD
Central Administration Of Curriculum Development

شركة مصر للطباعة

nezakr.natega4dk.net

# Mathématiques

Troisième Préparatoire
Premier Semestre

## Livre de l'élève



غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنى

GPS
للطبع والنشر والتوزيع

nezakr.natega4dk.net